MỴ GIANG SƠN

NHỮNG BÀI TẬP VẬT LÝ CƠ BẢN - HAY VÀ KHÓ

TRONG CHƯƠNG TRÌNH PTTH

TẬP I

DAO ĐỘNG VÀ SÓNG CƠ HỌC

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

MỴ GIANG SƠN

NHỮNG BÀI TẬP VẬT LÝ CƠ BẢN – HAY VÀ KHÓ

TRONG CHƯƠNG TRÌNH PHỔ THÔNG TRUNG HỌC

Tập I

DAO ĐỘNG VÀ SÓNG CƠ HỌC

Sách dùng cho:

- Ôn luyện thi Đại học và Cao đẳng
- Ôn luyện thi tốt nghiệp phổ thông trung học
- Bồi dưỡng học sinh giỏi môn vật lí

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI - 2001

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Giám đốc NGUYỄN VĂN THỎA
Tổng biên tập NGUYỄN THIỆN GIÁP

Biên tập:

ĐẶNG HẢI

Sửa bản in và trình bày bìa:

ĐINH QUANG HÙNG

NHỮNG BÀI TẬP VẬT LÝ CƠ BẢN – HAY VÀ KHÓ
Trong chương trình Phổ thông trung học
TẬP I: DAO ĐỘNG VÀ SÓNG CƠ HỌC

Mã số: 01.45.ĐH2001 - 503.2001.
In 1500 cuốn tại Xí nghiệp in Bắc Thái.
Số xuất bản: 68/503/CXB. Số trích ngang 240KH/XB.
In xong và nộp lưu chiểu quý III năm 2001.

LỜI NÓI ĐẦU

Cuốn sách này bao gồm các bài tập về *Dao động và Sóng* thuộc chương trình lớp 12 cải cách. Cuốn sách có ba nội dung rõ rệt:

– Dao động và Sóng cơ học.

– Dao động và Sóng điện từ.

– Một số đề thi tuyển sinh vào Đại học, Cao đẳng trong những năm gần đây.

Mỗi nội dung được chia thành ba phần:

Phần thứ nhất gồm những bài tập theo chủ đề; đó là những bài tập cơ bản trong chương trình vật lý lớp 12.

Phần thứ hai đề cập những bài tập mở rộng. Những bài tập trong phần này đã được chọn lọc khá cẩn thận có thể coi đó là những bài tập hay và khó.

Phần thứ ba là những đề thi vào các trường Đại học và Cao đẳng trong những năm gần đây có kèm theo lời giải để bạn đọc tham khảo.

Các tác giả rất quí trọng thì giờ của bạn đọc. Vì vậy, chúng tôi tự đề ra cho mình là chỉ chọn lọc một khối lượng bài tập vừa đủ nhưng phải bao quát được nhiều hiện tượng, nhiều tình huống.

Kinh nghiệm cho thấy rằng có một số vấn đề thường bị hiểu sai hay hiểu lầm. Qua cuốn sách này, bạn đọc có thể tìm thấy cách hiểu đúng hơn, chính xác hơn đối với những vấn đề đó.

Cuối cùng, các tác giả có lời khuyên sau đây đối với bạn đọc là: khi sử dụng cuốn sách, các bạn chỉ nên coi lời giải của bài tập như những gợi ý. Tốt nhất là sau khi đọc đề bài tập, các bạn hãy tự mình tìm cách giải. Chỉ khi gặp khó khăn các bạn mới nghĩ đến sự viện trợ của lời giải.

Các tác giả mong rằng cuốn sách sẽ giúp ích cho bạn muốn có những hiểu biết sâu hơn, chắc chắn hơn đáp ứng được yêu cầu các kỳ thi tốt nghiệp phổ thông, thi vào đại học hay cao đẳng đạt kết quả tốt hơn.

CÁC TÁC GIẢ

Phần I

KIẾN THỨC VÀ BÀI TẬP CƠ BẢN

A. ĐẠI CƯƠNG VỀ DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

1. Định nghĩa dao động điều hòa

Dao động điều hòa là một dao động được mô tả bằng một định luật dạng sin (hoặc cosin)

$$x = A\sin(\omega t + \varphi)^{(*)} \qquad (1)$$

x li độ dao động, cho biết độ lệch của vật so với vị trí cân bằng ở thời điểm t (đo bằng đơn vị của độ dài, thường bằng cm).

A biên độ, là giá trị cực đại của li độ.

ω tần số góc (đo bằng rad/s).

$\omega t + \varphi$ pha dao động (đo bằng rad).

φ pha dao động lúc $t = 0$, gọi là pha ban đầu (đo bằng rad).

Trong công thức (1), A và ω luôn có giá trị dương.

2. Chu kì của dao động điều hòa

Chu kì T (đo bằng giây) là khoảng thời gian ngắn nhất mà trạng thái dao động lặp lại như cũ, tức là khoảng thời gian vật thực hiện xong một dao động.

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

(*) Trong cuốn sách này, khi xét về dao động điều hòa ta luôn chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng của vật.

3. Tần số

Tần số f (đo bằng héc – Hz) là số chu kì (số dao động) có trong một đơn vị thời gian.

$$f = \frac{1}{T}.$$

4. Phương trình vận tốc

$$v = x' = \omega A \cos(\omega t + \varphi). \qquad (2)$$

5. Phương trình gia tốc

$$a = v' = x'' = -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi). \qquad (3)$$

6. Các hệ thức "độc lập với thời gian"

* Nhân 2 vế của phương trình (1) với ω rồi bình phương 2 vế, ta được

$$\omega^2 x^2 = \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) \qquad (4)$$

Bình phương 2 vế phương trình (2)

$$v^2 = \omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \varphi) \qquad (5)$$

Từ phương trình (5) và (6), ta suy ra

$$v^2 + \omega^2 x^2 = \omega^2 A^2$$

hay $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

* Từ phương trình (1) và (3) ta có

$$a = -\omega^2 x \qquad (7)$$

Các hệ thức (6) và (7) không có mặt của thời gian t, gọi là các hệ thức độc lập với thời gian, dùng để xác định vận tốc v và gia tốc a của vật khi vật ở li độ x.

7. Chú ý

Từ các hệ thức (6) và (7) ta suy ra

* Tại vị trí cân bằng (x = 0)

$|v|$ đạt max và $|v|_{max} = \omega A$

$$a = -\omega^2 x = 0$$

* Tại các vị trí biên (x = ± A)

$v = 0$

$|a|$ đạt max và $|a|_{max} = \omega^2 A$

BÀI TẬP

BÀI 1

Hãy xác định biên độ, tần số góc, pha ban đầu của các dao động điều hòa ứng với các phương trình chuyển động sau

1. $x_1 = -\sin(-\pi t + \frac{\pi}{3})$ (cm)
2. $x_2 = 3\sin 5t + 3\cos 5t$ (cm)
3. $x_3 = 4\cos\frac{\pi}{2}t + 4\cos(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{2})$ (cm)

LỜI GIẢI

Biến đổi các phương trình dao động về dạng $x = A\sin(\omega t + \varphi)$ để xác định A, ω và φ. Cần chú ý A, ω là các trị số dương.

1. $x_1 = -\sin(-\pi t + \frac{\pi}{3})$

$\Rightarrow x_1 = \sin(\pi t - \frac{\pi}{3})$

$\Rightarrow A_1 = 1$ cm; $\omega_1 = \pi$ rad/s; $\varphi_1 = -\frac{\pi}{3}$

2. $x_2 = 3\sin 5t + 3\cos 5t$

$\Rightarrow x_2 = 3\sqrt{2}\sin(5t + \frac{\pi}{4})$

$\Rightarrow A_2 = 3\sqrt{2} \approx 4{,}2$ cm; $\omega_2 = 5$ rad/s; $\varphi_2 = \frac{\pi}{4}$

3. $$x_3 = 4\cos\frac{\pi}{2}t + 4\cos\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad x_3 = 4\cos\frac{\pi}{2}t + 4\sin\frac{\pi}{2}t$$

$$\Rightarrow \quad x_3 = 4\sqrt{2}\ \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow \quad A_3 = 4\sqrt{2} \approx 5{,}7\text{ cm};\ \omega_3 = \frac{\pi}{2}\text{ rad/s};\ \varphi_3 = \frac{\pi}{4}.$$

BÀI 2

Một vật dao động điều hòa với phương trình

$$x = 4\sin\left(2t + \frac{\pi}{6}\right)\ (\text{cm})$$

1. Viết biểu thức vận tốc, gia tốc của dao động trên.
2. Tìm v và a khi vật ở li độ x = 2 cm
3. Tìm x và a khi vật có vận tốc $v = \frac{1}{2}|v|_{max}$.

LỜI GIẢI

1. Biểu thức của vận tốc

$$v = \omega A\cos(\omega t + \varphi) = 8\cos\left(2t + \frac{\pi}{6}\right)\ (\text{cm/s})$$

Biểu thức của gia tốc

$$a = -\omega^2 A\sin(\omega t + \varphi) = -2^2.\ 4\sin\left(2t + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Rightarrow \quad a = -16\sin\left(2t + \frac{\pi}{6}\right)\ (\text{cm/s}^2)$$

2. Tính v và a khi x = 2 cm

Khi x = 2 cm, ta có

$$x = 4\sin(2t + \frac{\pi}{6}) = 2$$

$$\Rightarrow \quad \sin(2t + \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2}$$

Lúc này $\cos(2t + \frac{\pi}{6}) = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$, thế vào biểu thức của v ta được

$$v = 8\,(\pm\frac{\sqrt{3}}{2}) = \pm 4\sqrt{3} \approx \pm 6{,}9 \text{ (cm/s)}.$$

Dấu (+) ứng với lúc vật đi qua li độ x = 2 cm theo chiều dương của quỹ đạo; dấu (–) ứng với lúc vật đi qua vị trí trên theo chiều âm(*)

Gia tốc $a = -\omega^2 x$; khi x = 2 cm ta được

$$a = -2^2 \,.\, 2 = -8 \text{ (cm/s}^2\text{)}.$$

3. Tìm x và a khi $v = \frac{1}{2}|v|_{max}$

Khi $\quad v = \frac{1}{2}|v|_{max}$,

ta có $\quad \omega A\cos(\omega t + \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2}\omega A$

$$\Rightarrow \quad \cos(\omega t + \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2}$$

hay $\quad \cos(2t + \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2}$

Suy ra $\quad \sin(2t + \frac{\pi}{6}) = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

(*) Thông thường, khi không cần quan tâm đến chiều chuyển động, tức chỉ quan tâm tới trị số của vận tốc, ta không cần kể tới giá trị âm.

nên $x = 4\sin(2t + \frac{\pi}{6}) = 4(\pm\frac{\sqrt{3}}{2}) = \pm 2\sqrt{3}$

$\approx \pm 3,46$ (cm).

Gia tốc $a = -\omega^2 x = -4(\pm 2\sqrt{3}) \approx \pm 13,86$ (cm).

BÀI 3

Ứng với pha $\frac{\pi}{6}$, gia tốc của một vật dao động điều hòa có giá trị $a = -30\ m/s^2$. Tần số dao động là 5Hz. Hãy xác định biên độ dao động; li độ và vận tốc của vật ứng với pha nói trên (cho $\pi^2 \approx 10$).

LỜI GIẢI

*** Biên độ A**

Tần số góc của dao động $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = 10\pi$ rad/s ứng với pha là $\frac{\pi}{6}$, ta có

$$a = -\omega^2 A\sin(\omega t + \varphi) = -\omega^2 A\sin\frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow a = -\omega^2 A\,\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow A = -\frac{2a}{\omega^2} = -\frac{2.(-30)}{(10\pi)^2}.$$

Lấy $\pi^2 \approx 10$, ta được $A \approx 0,06m = 6cm$.

*** Li độ x**

Do $a = -\omega^2 x$

nên $x = -\frac{a}{\omega^2} = -\frac{-30}{(10\pi)^2} \approx 0,03$ (m) = 3 (cm).

**Vận tốc v*

$$v = \omega A \cos(\omega t + \varphi)$$

Khi pha là $\frac{\pi}{6}$, ta có

$$v = \omega A \cos\frac{\pi}{6} = 10\pi \,.\, 0{,}06 \,.\, \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 1{,}63 \text{ (m/s)}$$

Lưu ý có thể tính v từ hệ thức độc lập

$$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$$

BÀI 4

Một vật dao động điều hòa theo phương trình

$$x = 4\sin(\pi t + \frac{\pi}{2}) \text{ (cm)}$$

Hãy xác định các thời điểm

1. Vật qua gốc tọa độ (vị trí cân bằng) lần 1, 2, ..., n.

2. Vật qua vị trí có li độ x = + 2 cm theo chiều dương quỹ đạo lần 1, 2,...,n.

LỜI GIẢI

1. Xác định các thời điểm vật qua vị trí cân bằng

Tại các thời điểm vật đi qua vị trí cân bằng, ta có

$$x = 4\sin(\pi t + \frac{\pi}{2}) = 0$$

$$\Rightarrow \quad \sin(\pi t + \frac{\pi}{2}) = 0$$

$$\Rightarrow \quad \pi t + \frac{\pi}{2} = k\pi \ (k \in N)$$

$$\Rightarrow \quad t = k - \frac{1}{2}.$$

Thời điểm vật qua vị trí cân bằng lần thứ nhất

$$t_1 = 1 - \frac{1}{2} = 0,5 \text{ s (ứng với } k = 1)$$

Thời điểm vật qua vị trí cân bằng lần thứ hai

$$t_2 = 2 - \frac{1}{2} = 1,5 \text{ s (ứng với } k = 2)$$

Thời điểm vật qua vị trí cân bằng lần thứ n

$$t_n = n - \frac{1}{2} \text{ (s).}$$

Lưu ý Hai lần liên tiếp cách nhau khoảng thời gian bằng $\frac{1}{2}$ chu kì.

2. Xác định các thời điểm vật qua vị trí x =2 cm theo chiều dương

Tại các thời điểm vật qua vị trí có li độ x = 2 cm theo chiều dương (v > 0), ta có

$$x = 4 \sin (\pi t + \frac{\pi}{2}) = 2$$

và $$v = 4\pi \cos (\pi t + \frac{\pi}{2}) > 0$$

hay $$\sin (\pi t + \frac{\pi}{2}) = \frac{1}{2} \quad \text{và} \quad \cos (\pi t + \frac{\pi}{2}) > 0$$

Hệ phương trình và bất phương trình trên cho ta

$$\pi t + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6} + k \,.\, 2\pi \ (k \in N)$$

$$\Rightarrow t = 2k - \frac{1}{3}$$

Suy ra, các thời điểm vật qua vị trí x = 2cm theo chiều dương

Lần 1 $t_1 = 2 - \frac{1}{3} \approx 1,67$ s (ứng với k =1)

Lần 2 $t_2 = 4 - \frac{1}{3} \approx 3,67$ s (ứng với k =2)

Lần n $t_n = 2n - \frac{1}{3}$ (s)

Lưu ý: Hai lần liên tiếp cách nhau khoảng thời gian đúng bằng một chu kì.

B. CON LẮC LÒ XO

1. Hợp lực tác dụng lên vật trong quá trình chuyển động

Con lắc lò xo đơn giản là một hệ gồm một vật nặng khối lượng m gắn vào đầu một lò xo có khối lượng không đáng kể.

Hợp lực tác dụng lên vật trong quá trình dao động là $F = -kx$. Trong đó k là độ cứng của lò xo; x là li độ dao động của vật.

Hợp lực F luôn trái dấu với li độ x, tức $\vec{F}$ luôn hướng về vị trí cân bằng 0, có xu hướng hồi phục vị trí cân bằng cho vật, nên gọi là lực hồi phục.

2. Phương trình dao động

Chọn gốc tọa độ là vị trí cân bằng của vật, phương trình dao động có dạng

$$x = A \sin(\omega t + \varphi)$$

Phương trình trên chứng tỏ dao động của vật là dao động điều hòa.

3. Độ cứng của lò xo

Độ cứng k (đo bằng N/m) thường được xác định từ các công thức

* $k = m\omega^2$

* Khi hệ treo thẳng đứng, gọi Δl là độ giãn của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng, ta có

$$k.\ \Delta l = mg$$

$$\Rightarrow\quad k = \frac{mg}{\Delta l}$$

* Kéo một đầu lò xo bằng lực $\vec{F}'$, theo phương của trục lò xo làm lò xo giãn đoạn $\Delta l'$, ta có

$$k = \frac{F'}{\Delta l'}$$

4. Tần số góc, chu kì

* Tần số góc

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Từ (1) và (2) ta suy ra

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta l}}$$

* Chu kì $\quad T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}} = \dfrac{1}{f}$

5. Lực căng của lò xo. Lực căng τ của lò có trị số xác định theo công thức

$$\tau = k(\Delta l + x)$$

Trong đó, Δl là độ giãn của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng.

6. Năng lượng dao động.

Động năng $\quad E_d = \dfrac{1}{2}mv^2 = \dfrac{1}{2}m\omega^2A^2\cos^2(\omega t + \varphi)$

Thế năng $\quad E_t = \dfrac{1}{2}kx^2 = \dfrac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t + \varphi)$

Cơ năng toàn phần là

$$E = E_đ + E_t = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2} kA^2 = E_{đmax} = E_{tmax}$$

7. Cách viết phương trình dao động

– Xác định trục tọa độ trục tọa độ có phương là phương dao động, có gốc là vị trí cân bằng của vật. Về chiều dương của trục tọa độ, nếu đầu bài không cho thì tuỳ ý lựa chọn.

– Xác định gốc thời gian (thời điểm $t = 0$) nếu đầu bài không cho thì chọn gốc thời gian là lúc vật bắt đầu dao động. Nếu không xác định được thời điểm vật bắt đầu dao động thì chọn gốc thời gian là lúc vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương (lúc này $\varphi = 0$, phương trình dao động có dạng đơn giản nhất).

– Tìm tần số góc ω (từ công thức ở mục 4).

– Xác định A và φ từ các phương trình có đươc ở thời điểm ban đầu. Cụ thể

Lúc $t = 0$, ta có

$$x_{(t=0)} = A \sin\varphi$$
$$v_{(t=0)} = \omega A \cos\varphi$$

Từ hai phương trình trên ta tìm được A và φ.

(*Lưu ý* Trong nhiều trường hợp, có thể xác định được biên độ A mà không sử dụng điều kiện ban đầu).

– Thế các giá trị của ω, A và φ vừa tìm được vào phương trình $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ sẽ được phương trình dao động của vật.

BÀI TẬP

BÀI 5

Một vật có khối lượng $m = 400g$ được treo vào một lò xo có hệ số đàn hồi $k = 100N/m$. Kéo vật dời khỏi vị trí cân bằng

2 cm rồi truyền cho nó vận tốc ban đầu $V = 15\sqrt{5}\pi$ cm/s theo phương thẳng đứng. Lấy $\pi^2 = 10$.

1. Tính chu kì, biên độ dao động của vật.

2. Tính vận tốc cực đại của vật trong quá trình dao động.

3. Viết phương trình dao động, chọn gốc thời gian là lúc vật ở vị trí thấp nhất, chiều dương hướng lên.

LỜI GIẢI

1. Tính chu kì T, biên độ A

Tần số góc

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0.4}} = 5\pi \text{ (rad/s)}$$

Chu kì $$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5\pi} = 0{,}4 \text{ s}$$

Theo định luật bảo toàn năng lượng, cơ năng cung cấp ban đầu cho hệ được bảo toàn trong quá trình dao động; do vậy ta có

$$\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mV^2$$

Ở li độ $x = 2$ cm thì vận tốc là $V = 15\sqrt{5}\pi$ cm/s. Thay số vào phương trình trên, ta được

$$100.\ A^2 = 100\ .\ (2.10^{-2})^2 + 0{,}4\ .\ (15\sqrt{5}\pi.\ 10^{-2})^2$$

$$\Rightarrow\ A^2 = 4.\ 10^{-4} + 45.\ 10^{-4} = 49.\ 10^{-4}$$

$$\Rightarrow\ A = 7.\ 10^{-2}\text{ m} = 7 \text{ cm}$$

Chú ý: Từ hệ thức độc lập

$$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$$

suy ra $$A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} \qquad (1)$$

Khi $x = 2$ cm

thì $$v = V = 15\sqrt{5}\,\pi \text{ (cm/s)}.$$

Thế các giá trị này vào (1) ta cũng xác định được A.

2. *Xác định* $|v|_{max}$.

$$|V|_{max} = \omega A = 5\pi \, . \, 7 \approx 109{,}9 \text{ (cm/s)}$$

3. Viết phương trình dao động. Do gốc thời gian là lúc vật ở vị trí thấp nhất, chiều dương hướng lên nên lúc t = 0, ta có

$$x_0 = A\sin\varphi = -A$$

$$\Rightarrow \sin\varphi = -1$$

$$\Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

Suy ra, phương trình dao động của vật là

$$x = 7\sin\left(5\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)}$$

BÀI 6

Một lò xo có độ cứng k. Lần lượt gắn vào lò xo các vật m_1; m_2; $m_3 = m_1 + m_2$; $m_4 = m_1 - m_2$, ta thấy chu kì dao động của các vật trên lần lượt là T_1; T_2; $T_3 = 5s$; $T_4 = 3s$. Tính T_1, T_2.

LỜI GIẢI

*** Chu kì dao động của** m_1**, **m_2 **lần lượt là***

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}\,; \qquad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k}}$$

*** Chu kì dao động của** m_3*

$$T_3 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}}$$

LƯU CHIỂU
LC/132

$$\Rightarrow \quad T_3^2 = 4\pi^2 \frac{m_1}{k} + 4\pi^2 \frac{m_2}{k}$$

$$\Rightarrow \quad T_3^2 = T_1^2 + T_2^2 = 5^2 \qquad (1)$$

*** *Chu kì dao động của m_4***

$$T_4 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 - m_2}{k}}$$

$$\Rightarrow \quad T_4^2 = 4\pi^2 \frac{m_1}{k} - 4\pi^2 \frac{m_2}{k}$$

$$\Rightarrow \quad T_4^2 = T_1^2 - T_2^2 = 3^2 \qquad (2)$$

Từ phương trình (1) và (2) ta được

$$T_1 = \sqrt{17} \approx 4{,}12 \text{ (s)};$$

$$T_2 = 2\sqrt{2} \text{ (s)}.$$

BÀI 7

Một vật nặng có khối lượng m = 100g, gắn vào một lò xo khối lượng không đáng kể, đầu kia của lò xo treo vào một điểm cố định. Vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với tần số f = 3,5 Hz. Trong quá trình dao động, độ dài của lò xo lúc ngắn nhất là 38 cm và lúc dài nhất là 46 cm.

1. Viết phương trình dao động của vật. Tính vận tốc và gia tốc của vật khi nó ở vị trí cân bằng và khi ở cách vị trí cân bằng 2 cm.

2. Tính độ dài l_0 của lò xo khi không treo vật nặng. Lấy $g = 9{,}8 \text{ m/s}^2$; $\pi^2 = 10$

LỜI GIẢI

1. Viết phương trình dao động của vật

Tần số góc

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \,.\, 3{,}5 = 7\pi \text{ (rad/s)}$$

Biên độ dao động

$$A = \frac{l_{max} - l_{min}}{2} = \frac{46 - 38}{2} = 4 \text{ (cm)}$$

Chọn gốc thời gian là lúc vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Lúc t = 0, ta có

$$x_0 = A\sin\varphi = 0$$

$$v_0 = \omega A\cos\varphi > 0$$

Hệ trên cho ta $\sin\varphi = 0$ và $\cos\varphi > 0$. Suy ra $\varphi = 0$ vậy vật dao động với phương trình

$$x = 4\sin 7\pi t \text{ (cm)}$$

2. Tính vận tốc, gia tốc

* Khi vật ở vị trí cân bằng (x = 0)

Vận tốc v đạt giá trị cực đại và

$$|v|_{max} = \omega A = 7\pi \,.\, 4 \approx 87{,}9 \text{ (cm/s)}.$$

Gia tốc $a = -\omega^2 x = 0$

* Khi vật ở cách vị trí cân bằng 2 cm, ta có

$$x = 4\sin 7\pi t = 2$$

$$\Rightarrow \sin 7\pi t = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos 7\pi t = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Vận tốc $v = \omega A\cos(\omega t + \varphi) = 28\pi \cos 7\pi t$

$$\Rightarrow v = 28\pi \,.\, \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 24{,}25 \text{ (cm/s)}$$

Gia tốc $a = -\omega^2 x = -(7\pi)^2 \,.\, 2 \approx 980 \text{ (cm/s}^2)$

3. Tính chiều dài tự nhiên của lò xo

Chiều dài lò xo lúc vật ở vị trí cân bằng

$$L_{CB} = l_{min} + A = 38 + 4 = 42 \text{ (cm)}$$

Gọi Δl là độ giãn của lò xo lúc vật ở vị trí cân bằng, ta có

$$k.\Delta l = mg$$

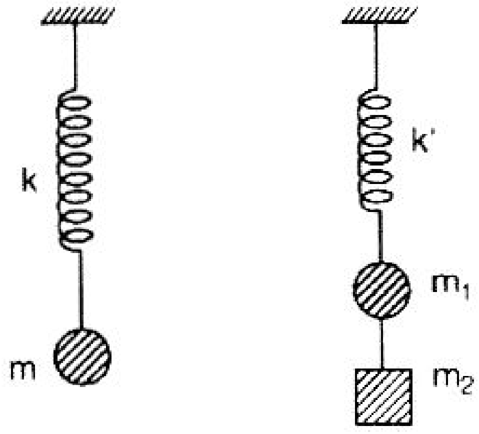
$$\Rightarrow \quad \Delta l = \frac{mg}{k} = \frac{mg}{m\omega^2} = \frac{g}{\omega^2} = \frac{9{,}8}{(7\pi)^2} = 0{,}02 \text{ (m)}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta l = 2 \text{ (cm)}$$

Chiều dài tự nhiên của lò xo

$$l_o = l_{CB} - \Delta l = 42 - 2 = 40 \text{ (cm)}$$

BÀI 8



a) b)

Hình 8.1

Có hai hệ dao động cấu tạo như hình 8.1

1. Trong hệ (a) lò xo có độ cứng k = 25N/m, vật có khối lượng m = 50g. Ban đầu m được giữ sao cho lò xo không biến dạng. Buông tay để vật chuyển động không vận tốc ban đầu. Viết phương trình chuyển động của vật.

2. Trong hệ (b) lò xo có độ cứng k' = 100N/m, các vật có khối lượng $m_1 = m_2 = 1$ kg. Hai vật đang ở vị trí cân bằng, đốt đứt dây nối giữa 2 vật. Viết phương trình dao động của hệ sau đó.

Chọn chiều dương hướng xuống. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

LỜI GIẢI

1. Viết phương trình dao động của vật m trong hệ (a)

Độ giãn của lò xo lúc m ở vị trí cân bằng

$$\Delta l = \frac{mg}{k} = \frac{50.10^{-3}.10}{25} = \frac{1}{50} \text{(m)} = 2 \text{ cm}$$

Lấy gốc thời gian là lúc buông tay. Lúc t = 0, ta có

$$x_0 = A\sin\varphi$$

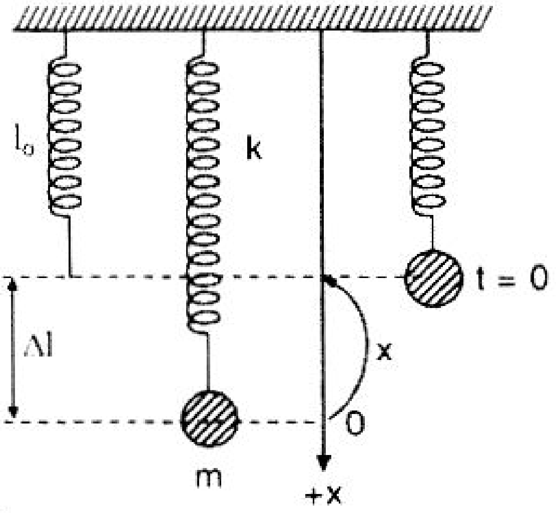
$$= -\Delta l = -2\text{ cm} \qquad (1)$$

và $$v_0 = \omega A\cos\varphi = 0 \qquad (2)$$

Hệ 2 phương trình trên cho ta $\sin\varphi < 0$

và $\cos\varphi = 0$

Suy ra $\varphi = -\dfrac{\pi}{2}$



Hình 8.2

Thay $\varphi = -\dfrac{\pi}{2}$ vào phương trình (1), ta được A = 2 cm

Mặt khác, tần số góc

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{25}{0{,}05}} = 10\sqrt{5}\ (\text{rad/s})$$

Suy ra, m dao động với phương trình

$$x = 2\sin\left(10\sqrt{5}\,t - \frac{\pi}{2}\right)\ (\text{cm})$$

2. Viết phương trình dao động của hệ sau khi đứt dây

Khi dây đứt, hệ tách làm 2 m_2 rơi tự do, m_1 dao động. Ta viết phương trình dao động của m_1. Chọn gốc tọa độ 0 là vị trí cân bằng của m_1 (hình 8.3).

Độ giãn của lò xo lúc hệ 2 vật ở vị trí cân bằng

$$\Delta l_{12} = \frac{(m_1 + m_2)g}{k'} = \frac{(1+1).10}{100}$$

$$= 0{,}2\ (\text{m}) = 20\text{ cm}$$

Sau khi dây đứt, độ giãn của lò xo lúc m_1 ở vị trí cân bằng

$$\Delta l_1 = \frac{m_1 g}{k'} = \frac{1.10}{100}$$

$$= 0,1\ \text{m} = 10\ (\text{cm})$$

Lấy gốc thời gian là lúc dây đứt. Lúc t = 0, ta có

$$x_o = A\sin\varphi = \Delta l_{12} - \Delta l_1$$

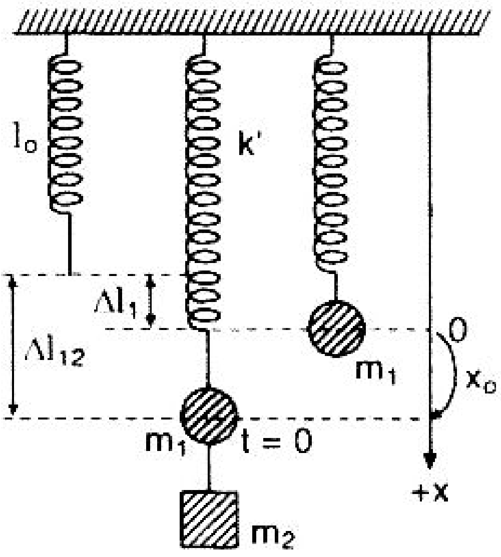
$$= 10\ (\text{cm}) \qquad (1)$$

và $v_o = \omega A\cos\varphi = 0$ (2)

Hệ 2 phương trình trên cho thấy

$$\sin\varphi > 0 \quad \text{và} \quad \cos\varphi = 0$$

suy ra $\varphi = \dfrac{\pi}{2}$



Hình 8.3

Thế $\varphi = \dfrac{\pi}{2}$ vào phương trình (1), ta được A = 10 cm.

Mặt khác, tần số góc

$$\omega' = \sqrt{\frac{k'}{m_1}} = \sqrt{\frac{100}{1}} = 10\ (\text{rad/s})$$

Suy ra, phương trình dao động của m_1

$$x = 10\sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)\ (\text{cm}).$$

BÀI 9

Một vật nhỏ khối lượng m = 64g treo vào đầu dưới của một lò xo khối lượng không đáng kể. Đầu trên của lò xo cố định. Khi vật đã đứng yên ta kéo vật xuống theo phương thẳng đứng một đoạn 5 cm rồi buông cho vật dao động không vận tốc ban đầu. Lấy gốc thời gian là lúc buông vật, chiều dương hướng lên. Lấy $\pi^2 = 10$ và $g = 10\ \text{m/s}^2$.

1. Viết phương trình dao động của vật, biết tần số dao động của vật là $f = 12{,}5$ Hz. Tính vận tốc, gia tốc của vật tại vị trí cân bằng và tại vị trí cao nhất.

2. Treo thêm vào lò xo một vật có khối lượng $m' = 36$ g.

a. Tìm tần số dao động của hệ hai vật.

b. Vị trí cân bằng mới của hệ hai vật cách vị trí cân bằng trước bao nhiêu?

LỜI GIẢI

1. Viết phương trình dao động

Tần số góc $\omega = 2\pi f = 2\pi \,.\, 12{,}5 = 25\pi$ **(rad/s)**

Lúc $t = 0$, ta có

$$x_0 = A\sin\varphi = -5$$

$$v_0 = \omega A\cos\varphi = 0$$

Hệ phương trình trên cho ta

$$\varphi = -\frac{\pi}{2} \quad \text{và} \quad A = 5 \text{ cm}.$$

Vậy phương trình dao động của vật

$$x = 5\sin(25\pi t - \frac{\pi}{2}) \text{ (cm)}$$

Tính v và a tại vị trí cân bằng, tại vị trí cao nhất.

Tại vị trí cân bằng ($x = 0$)

$|v|$ đạt max và

$$|v|_{max} = \omega A = 125\pi \approx 392{,}5 \text{ cm/s}$$

Gia tốc $a = -\omega^2 x = 0$

Tại vị trí cao nhất ($x = \pm A$)

Vận tốc $v = 0$

Gia tốc

$$a = -\omega^2 x = -\omega^2 A = -6250 \,.\, 5$$

$$= -31.250\ \text{cm/s}^2$$

2. a. *Tính tần số dao động của hệ 2 vật f*

Khi chỉ có vật m

$$\omega = 2\pi f = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Khi treo thêm m'

$$\omega' = 2\pi f' = \sqrt{\frac{k}{m+m'}}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{f'}{f} = \sqrt{\frac{m}{m+m'}}$$

$$\Rightarrow \quad f' = f\sqrt{\frac{m}{m+m'}}$$

$$= 12{,}5\sqrt{\frac{64}{36+64}}\ .$$

b. Xác định vị trí cân bằng mới của hệ 2 vật

Độ giãn của lò xo khi chỉ có vật m ở vị trí cân bằng

$$\Delta l = \frac{mg}{k}$$

Độ giãn của lò xo khi 2 vật ở vị trí cân bằng

$$\Delta l' = \frac{(m+m')g}{k}$$

Vị trí cân bằng của hệ hai vật cách vị trí cân bằng của hệ khi chỉ có m đoạn

$$OO' = \Delta l' - \Delta l = \frac{m'g}{k} = \frac{m'g}{m\omega^2}$$

$$\Rightarrow \quad OO' = \frac{36.10}{64(25\pi)^2} = 9.10^{-4}\ (\text{m})$$

$$\Rightarrow \quad OO' = 0{,}9\ (\text{mm}).$$

BÀI 10

Một vật dao động điều hòa, vận tốc của vật khi qua vị trí cân bằng là 62,8 cm/s và gia tốc cực đại của vật là 4 m/s^2. Lấy $\pi^2 = 10$.

1. Hãy xác định biên độ, chu kì và tần số dao động của vật.

2. Viết phương trình dao động, nếu gốc thời gian được chọn là lúc vật qua điểm M_0 có li độ $x_0 = -5\sqrt{2}$ cm theo chiều dương tọa độ (gốc tọa độ là vị trí cân bằng của vật).

3. Tìm thời gian vật đi từ vị trí cân bằng đến vị trí M_1 có li độ $x_1 = 5$ cm.

LỜI GIẢI

1. Xác định biên độ, chu kì, tần số

Vận tốc tại vị trí cân bằng

$$|v|_{max} = \omega A = 62,8 \text{ (cm/s)} \qquad (1)$$

Gia tốc cực đại

$$|a|_{max} = \omega^2 A = 400 \text{ (cm/s}^2) \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có

$$\omega = \frac{400}{62,8} \approx \frac{400}{2\pi} = 2\pi \text{ (rad/s)}$$

Theo phương trình (1) ta có

$$A = \frac{62,8}{\omega} = \frac{62,8}{2\pi}$$

$$\Rightarrow A = 10 \text{ cm}$$

Chu kì $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1\text{(s)}$

Tần số $f = \frac{1}{T} = 1 \text{ (Hz)}$

2. Viết phương trình dao động

Lúc t = 0, ta có

$$x_0 = A\sin\varphi = 10\sin\varphi = -5\sqrt{2},$$

và $$v_0 = \omega A\cos\varphi > 0$$

Hệ trên cho ta

$$\sin\varphi = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ và } \cos\varphi > 0.$$

Suy ra $$\varphi = \frac{3\pi}{4}$$

Vậy vật dao động với phương trình

$$x = 10\sin(2\pi t + \frac{3\pi}{4}) \text{ (cm)}$$

3. Tìm thời gian vật đi từ vị trí cân bằng đến M_1 (x_1 = 5cm)

Nếu chọn gốc thời gian là lúc vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương tọa độ thì pha ban đầu $\varphi = 0$, khi đó phương trình dao động sẽ là

$$x = 10\sin 2\pi t \text{ (cm)}$$

Khi vật đi qua điểm M_1 có li độ x_1 = 5 cm, ta có

$$x_1 = 10\sin 2\pi t = 5$$

$$\Rightarrow \sin 2\pi t = \frac{1}{2}$$

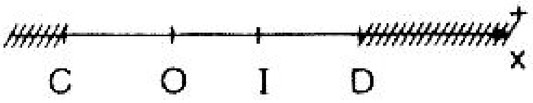
Gọi t_1 là thời gian vật đi từ vị trí cân bằng đến vị trí M_1, ta được

$$2\pi t_1 = \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{1}{12} \text{ s.}$$

BÀI 11

Một chất điểm M dao động điều hòa quanh vị trí cân bằng O, trên quỹ đạo CD (như hình 11.1). M đi từ O đến D hết 0,5 s. Tìm thời gian M đi từ O tới I, với I là trung điểm của OD.



Hình 11.1

LỜI GIẢI

Chọn gốc thời gian là lúc vật đi qua vị trí cân bằng O theo chiều dương thì pha ban đầu $\varphi = 0$, khi đó phương trình dao động của vật có dạng

$$x = A \sin \omega t \tag{1}$$

Do thời gian đi từ O tới D bằng $\frac{1}{4}$ chu kì, tức

$$t_{OD} = \frac{1}{4}T$$

Suy ra $T = 4 \, . \, t_{OD} = 4 \, . \, 0{,}5 = 2 \text{ (s)}$

Tần số góc $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ (rad/s)}$

Thay giá trị của ω vào (1), ta được

$$x = A \sin \pi t$$

Khi vật đi qua điểm I (trung điểm của OD), ta có

$$x = A \sin \pi t = \frac{A}{2}$$

$$\Rightarrow \quad \sin \pi t = \frac{1}{2}$$

Gọi t_1 là thời gian đi từ O tới I, ta được

$$\pi t_1 = \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \quad t_1 = \frac{1}{6} \text{(s)}.$$

C. GHÉP, CẮT LÒ XO

1. Các lò xo ghép nối tiếp

a. Định lí về hệ số đàn hồi tương đương

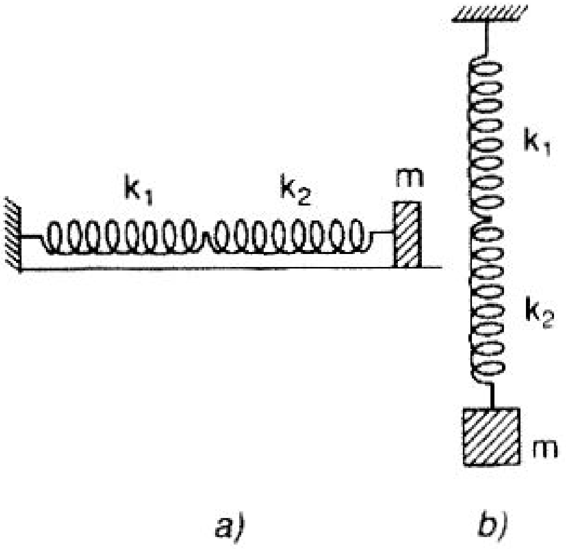
Một hệ gồm các lò xo có khối lượng không đáng kể, có hệ số đàn hồi lần lượt là k_1, k_2, ... ghép nối tiếp với nhau, sẽ tương đương với một lò xo duy nhất có hệ số đàn hồi k xác định bởi công thức

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \ldots$$

b. Chứng minh

Gắn một đầu của hệ lò xo với vật m, đầu kia cố định (hình C.1.a, b). Từ vị trí cân bằng, kéo m bởi một lực $\vec{F}$ theo phương của các trục lò xo. Lực kéo $\vec{F}$ làm các lò xo giãn các đoạn tương ứng Δl_1, Δl_2,...

Vì mỗi lò xo đều chịu tác dụng của $\vec{F}$, nên có



a) b)

Hình C.1

$$F = k_1 \Delta l_1 = k_2 \Delta l_2 = \ldots$$

Suy ra $$\Delta l_1 = \frac{F}{k_1},\ \Delta l_2 = \frac{F}{k_2};\ \ldots$$

Mặt khác, gọi k là hệ số đàn hồi tương đương của hệ, Δl là độ giãn tổng cộng của hệ dưới tác dụng của lực $\vec{F}$, ta có

$$F = k \,.\, \Delta l$$

hay $$\Delta l = \frac{F}{k}$$

Mà $$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \ldots$$

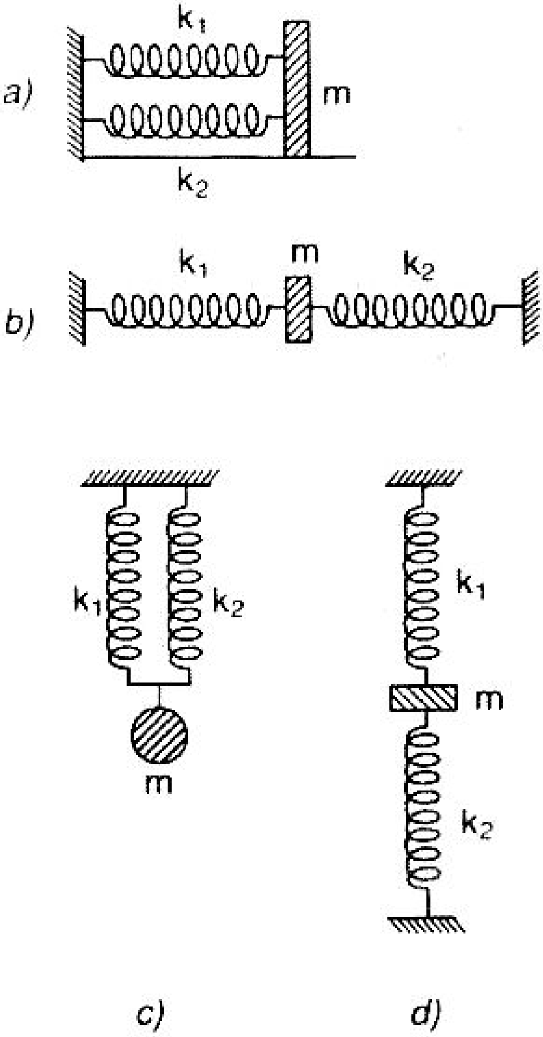
Suy ra $\frac{F}{k} = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} + \ldots \Rightarrow \frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \ldots$ (đpcm).

2. Các lò xo ghép song song

a. Định lý về hệ số đàn hồi tương đương

Một hệ gồm các lò xo có khối lượng không đáng kể, có hệ số đàn hồi lần lượt là k_1, k_2,... ghép song song với nhau sẽ tương đương với một lò xo duy nhất có hệ số đàn hồi k xác định bởi công thức

$$k = k_1 + k_2 + \ldots$$



Hình C.2

b. Chứng minh.

Từ vị trí cân bằng của vật m (hình C.2a, b, c, d) ta kéo m bằng một lực $\vec{F}$ theo phương của các trục lò xo để m lệch khỏi vị trí cân bằng đoạn Δl. Lúc này, các lò xo cùng biến dạng đoạn Δl(*) dưới tác dụng của lực $\vec{F}$, nên có

$$F = k_1 \, \Delta l + k_2 \, \Delta l_2 + \ldots$$

Mặt khác, gọi k là hệ số đàn hồi tương đương của hệ, ta có F = k . Δl. Như vậy

$$k \, \Delta l = k_1 \, \Delta l + k_2 \, \Delta l_2 + \ldots$$

Suy ra $k = k_1 + k_2 + \ldots$ (đpcm).

(*) Ta chỉ xét trường hợp khi vật lệch khỏi vị trí cân bằng đoạn Δl dưới tác dụng của lực $\vec{F}$ thì các lò xo cùng biến dạng (nén hoặc giãn) đoạn Δl

3. Cắt lò xo

Cắt một lò xo có chiều dài tự nhiên l_o (độ cứng k_o) thành hai lò xo có chiều dài lần lượt là l_1 (độ cứng k_1) và l_2 (độ cứng k_2). Độ cứng và chiều dài của các lò xo nói trên sẽ liên hệ với nhau theo công thức

$$k_o l_o = k_1 l_1 = k_2 l_2$$

Thật vậy

Giữ cố định một đầu lò xo l_o, kéo đầu kia bằng một lực $\vec{F}$ theo phương của trục lò xo làm:

Lò xo l_o giãn đoạn Δl

Lò xo l_1 giãn đoạn Δl_1 $(\Delta l_1 = \frac{\Delta l}{l_o} . l_1)$

Lò xo l_2 giãn đoạn Δl_2 $(\Delta l_2 = \frac{\Delta l}{l_o} . l_2)$

Do mỗi lò xo đều chịu tác dụng của lực kéo $\vec{F}$, nên có

$$F = k_o \Delta l = k_1 \Delta l_1 = k_2 \Delta l_2$$

Hay $\quad k_o \Delta l = k_1 \frac{\Delta l}{l_o} . l_1 = k_2 \frac{\Delta l}{l_o} . l_2$

Suy ra $\quad k_o l_o = k_1 l_1 = k_2 l_2$

BÀI TẬP

BÀI 12

Hai lò xo R_1, R_2 có cùng độ dài. Một vật nặng khối lượng $m = 200$ g khi treo bằng lò xo R_1 thì dao động với chu kì $T_1 = 0,3$ s; khi treo bằng lò xo R_2 thì dao động với chu kì $T_2 = 0,4$ s.

1. Nối hai lò xo đó với nhau thành một lò xo dài gấp đôi rồi treo vật nặng trên thì vật nặng dao động với chu kì bao

nhiêu? Để chu kì dao động của vật bằng $\frac{1}{2}(T_1 + T_2)$, phải tăng hay giảm khối lượng m và tăng hay giảm bao nhiêu?

2. Nối hai lò xo với nhau bằng cả hai đầu để được một lò xo cùng độ dài nhưng có độ cứng lớn hơn, rồi treo vật nặng trên thì chu kì dao động của vật là bao nhiêu? Để chu kì dao động của vật bằng 0,3s phải tăng hay giảm m bao nhiêu?

LỜI GIẢI

1. Hai lò xo R_1, R_2 ghép nối tiếp

Nối hai lò xo thành một lò xo dài gấp đôi, rồi treo vào vật nặng m; khi m ở vị trí cân bằng, lò xo R_1 có độ cứng k_1 giãn đoạn Δl_1, lò xo R_2 giãn đoạn Δl_2, độ giãn tổng cộng của hệ là Δl. Gọi k là độ cứng tương đương của hệ, ta có

$$mg = k\,\Delta l = k_1\,\Delta l_1 = k_2\,\Delta l_2$$

mà $$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2$$

Suy ra $$\frac{mg}{k} = \frac{mg}{k_1} + \frac{mg}{k_2}, \text{ hay } k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

Chu kì dao động của m khi treo vào hệ hai lò xo ghép nối tiếp

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m(k_1 + k_2)}{k_1 k_2}}$$

$$\Rightarrow T^2 = 4\pi^2\frac{m}{k_1} + 4\pi^2\frac{m}{k_2}$$

Với $$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1}}; \qquad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_2}}$$

Phương trình (1) trở thành

$$T^2 = T_1^2 + T_2^2$$

$$\Rightarrow T^2 = 0{,}3^2 + 0{,}4^2$$

$$\Rightarrow \quad T = 0,5 \text{ s}$$

Để chu kì bằng $\frac{1}{2}(T_1 + T_2)$ phải tăng, giảm m thế nào?

Để chu kì là $T' = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = 0,35$ (s) thì khối lượng vật dao động phải là m_1. Khi đó, ta có

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}} = 0,35 \text{ (s)}$$

Mặt khác, chu kì lúc ban đầu

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 0,5 \text{ (s)}$$

Suy ra $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{m_1}{m}} = \frac{0,35}{0,5} = \frac{7}{10} \Rightarrow \frac{m_1}{m} = \frac{49}{100}$

hay $m_1 = \frac{49}{100}m$

Ta thấy $m_1 < m$, vậy phải giảm m đi một lượng

$$\Delta m = m - m_1 = m - \frac{49}{100}m = \frac{51}{100}m$$

Với m = 200g, ta được

$$\Delta m = \frac{51}{100} \cdot 200 = 102 \text{ (g)}$$

2. Hai lò xo R_1, R_2 ghép song song

Nối hai lò xo với nhau bằng cả hai đầu (ghép song song), rồi treo vào vật nặng m, khi m ở vị trí cân bằng độ giãn của hệ, cũng là độ giãn của mỗi lò xo là Δl. Gọi k' là độ cứng tương đương của hệ, ta có

$$mg = k'\Delta l = k_1\Delta l_1 + k_2\Delta l_2$$

Suy ra $k' = k_1 + k_2$

Chu kì dao động m khi treo vào hệ hai lò xo ghép song song

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k'}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{T^2} = \frac{1}{4\pi^2.m}(k_1 + k_2) = \frac{1}{4\pi^2\frac{m}{k_1}} + \frac{1}{4\pi^2\frac{m}{k_2}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{T^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2}$$

$$\Rightarrow T = \frac{T_1T_2}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}} = \frac{0{,}3.0{,}4}{\sqrt{0{,}3^2 + 0{,}4^2}}$$

$$\Rightarrow T = 0{,}24 \text{ s}$$

Để chu kì bằng 0,3s phải thay đổi m thế nào?

Để chu kì là T' = 0,3 s thì khối lượng vật dao động phải là m_2. Khi đó, ta có

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k'}} = 0{,}3 \text{ (s)}$$

Mặt khác, chu kì lúc ban đầu $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k'}} = 0{,}24$ (s)

Suy ra $$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{m_2}{m}} = \frac{0{,}3}{0{,}24} = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{m_2}{m} = \frac{25}{16}$$

Hay $$m_2 = \frac{25}{16}m$$

Ta thấy $m_2 > m$, vậy phải tăng m lên một lượng

$$\Delta m = m_2 - m = \frac{25}{16}m - m = \frac{9}{16}m$$

Với m = 200g, ta được

$$\Delta m = \frac{9}{16}m = \frac{9}{16}.200 = 112{,}5 \text{ (g)}.$$

BÀI 13

Có hai lò xo R_1, R_2 cùng độ dài l. Một vật nặng có khối lượng m_1 treo vào lò xo R_1 dao động với chu kì T_1. Một vật khối lượng $m_2 = am_1$ treo vào lò xo R_2 cùng dao động với chu kì T_1.

1. Chứng minh rằng nếu nối hai lò xo với nhau ở cả hai đầu thành một lò xo cùng độ dài l, rồi treo cả hai vật m_1, m_2 thì chu kì dao động của hệ hai vật vẫn là T_1.

2. Nối hai lò xo với nhau thành một lò xo dài gấp đôi, rồi treo cả hai vật nặng thì chu kì dao động của hệ hai vật đó là bao nhiêu? áp dụng bằng số $T_1 = 0{,}5$ s; $a = 4$.

LỜI GIẢI

1. Chứng minh khi hai lò xo ghép song song, treo cả hai vật vào hệ, chu kì dao động vẫn là T_1

Chu kì dao động của m_1 khi treo vào lò xo R_1 (có độ cứng k_1)

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k_1}}$$

Chu kì dao động của m_2 khi treo vào lò xo R_2 (có độ cứng k_2)

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k_2}} = 2\pi\sqrt{\frac{am_1}{k_2}}$$

Do $T_1 = T_2$,

nên $\frac{m_1}{k_1} = \frac{a.m_1}{k_2}$ hay $k_2 = ak_1$

Nối hai lò xo với nhau ở cả hai đầu (ghép song song) rồi treo vào cả hai vật m_1, m_2; khi hệ 2 vật ở vị trí cân bằng, độ giãn của hệ (cũng là độ giãn của mỗi lò xo) là Δl. Gọi k là độ cứng tương đương của hệ, ta có

$$(m_1 + m_2)\,g = k\,.\,\Delta l = k_1\,\Delta l + k_2\,\Delta l$$

Suy ra $\quad k = k_1 + k_2 = k_1 + ak_1$

Chu kì dao động của hệ hai vật

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 + am_1}{k_1 + ak_1}}$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{m_1(1 + a)}{k_1(1 + a)}}$$

$$\Rightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k_1}} = T_1 \text{ (đpcm).}$$

2. Tìm chu kì của hệ hai vật khi hai lò xo ghép nối tiếp

Nối hai lò xo với nhau thành một lò xo dài gấp đôi (ghép nối tiếp) rồi treo vào cả hai vật m_1, m_2; khi hệ hai vật ở vị trí cân bằng, lò xo R_1 giãn đoạn Δl_1, lò xo R_2 giãn đoạn Δl_2. Gọi Δl là độ giãn tổng cộng và k là độ cứng tương đương của hệ, ta có

$$(m_1 + m_2)\,g = k\,.\,\Delta l = k_1\,\Delta l_1 = k_2\,\Delta l_2$$

Mà $\quad \Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2$

Suy ra $\quad \dfrac{(m_1 + m_2)g}{k} = \dfrac{(m_1 + m_2)g}{k_1} + \dfrac{(m_1 + m_2)g}{k_2}$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \text{ hay } k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

Với $k_2 = ak_1$, ta có

$$k = \frac{k_1.ak_1}{k_1 + ak_1} = \frac{ak_1}{1 + a}$$

Chu kì dao động của hệ hai vật

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{(m_1 + am_1)(1 + a)}{ak_1}}$$

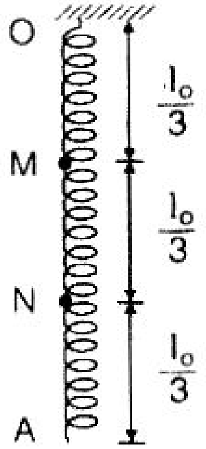
$$\Rightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k_1}.\frac{(1+a)^2}{a}} = T_1 . \frac{1+a}{\sqrt{a}}$$

Áp dụng với $T_1 = 0,5$ s; $a = 4$ ta được

$$T_2 = 0,5\ \frac{1+4}{\sqrt{4}} = 1,25\ (s).$$

BÀI 14

Cho một lò xo OA có chiều dài $OA = l_0 = 30$ cm và có độ cứng $k_0 = 100$ N/m. M và N là hai điểm trên lò xo với $OM = \frac{l_0}{3}$; $ON = \frac{2l_0}{3}$ (hình 14.1)



Hình 14.1

1. Giữ đầu O cố định và kéo đầu A của lò xo bằng một lực F = 1N dọc theo chiều dài của lò xo để nó giãn ra. Gọi A', M', N' là các vị trí mới của A, M, N. Hãy tính các đoạn OA', OM' và ON'

2. Cắt lò xo trên thành hai lò xo có chiều dài là $\frac{l_0}{3}$ và $\frac{2l_0}{3}$, rồi lần lượt kéo giãn các lò xo này cũng bằng một lực F =1 N. Hãy xác định độ giãn của các lò xo và từ đó suy ra độ cứng của chúng.

3. Treo lò xo OA thẳng đứng, đầu O cố định. Móc một quả nặng có khối lượng m = 100 g vào một điểm C của lò xo với OC = l. Cho quả nặng dao động theo phương thẳng đứng. Hãy xác định l để chu kì dao động của m bằng 0,1s. Bỏ qua khối lượng của lò xo. Lấy $\pi^2 = 10$.

(Trích "Đề thi tuyển sinh" môn Vật lí, Nxb. Giáo dục, 1994)

LỜI GIẢI

1. Xác định các đoạn OA', OM' và ON'

Gọi Δl là độ giãn của lò xo OA khi kéo đầu A bằng lực F, ta có

$$\Delta l = \frac{F}{k_0} = \frac{1}{100}(m) = 1\ (cm)$$

Vị trí mới của điểm A xác định bởi

$$OA' = l_0 + \Delta l = 30 + 1 = 31\ (cm)$$

Do lò xo OA giãn đều dưới tác dụng của lực F nên lò xo OM có chiềudài $\frac{l_0}{3}$ giãn đoạn $\frac{\Delta l}{3}$; lò xo ON có chiều dài $\frac{2l_0}{3}$ giãn đoạn $2\frac{\Delta l}{3}$. Vì vậy, vị trí mới của các điểm M và N được xác định bởi

$$OM' = \frac{l_0}{3} + \frac{\Delta l}{3} = \frac{30}{3} + \frac{1}{3} \approx 10{,}33\ (cm)$$

$$ON' = 2\frac{l_0}{3} + 2\frac{\Delta l}{3} = 2\frac{30}{3} + 2\frac{1}{3} \approx 20{,}67\ (cm)$$

2. Xác định độ giãn và độ cứng của các lò xo

Theo câu 1, lò xo OM có chiều dài $\frac{l_0}{3}$ và lò xo MA có chiều dài $2\frac{l_0}{3}$ khi chịu lực kéo F = 1N sẽ có độ giãn lần lượt là

$$\Delta l_1 = \frac{\Delta l}{3} = \frac{1}{3} \approx 0{,}33\ (cm)$$

$$\Delta l_2 = 2\frac{\Delta l}{3} = 2\frac{1}{3} \approx 0{,}67\ (cm)$$

Gọi k_1, k_2 lần lượt là độ cứng của lò xo OM và MA, ta có

$$k_1 = \frac{F}{\Delta l_1} = \frac{1}{\frac{1}{3}.10^{-2}} = 300 \text{ (N/m)}$$

$$k_2 = \frac{F}{\Delta l_2} = \frac{1}{\frac{2}{3}.10^{-2}} = 150 \text{ (N/m)}$$

3. Xác định chiều dài l của lò xo OC

Gọi k_c là độ cứng của lò xo OC, móc vật m vào C, m dao động với chu kì

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_c}}$$

$$\Rightarrow \quad k_c = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$$

Thay số vào ta được

$$k_c = \frac{4\pi^2.0,1}{0,1^2} \approx 400 \text{ (N/m)}$$

Bây giờ ta kéo đầu A của lò xo OA bằng một lực F' dọc theo trục lò xo làm lò xo OA giãn đoạn $\Delta l'$; khi đó lò xo OC giãn đoạn Δl_c.

Ta có

$$F' = k_0 \,.\, \Delta l' = k_c \,.\, \Delta l_c$$

Mà $\quad \Delta l_c = \frac{\Delta l'}{l_0} \,.\, l$ (l là chiều dài lò xo OC)

Suy ra

$$k_0 \,.\, \Delta l' = k_c \,.\, \frac{\Delta l'}{l_0} \,.\, l$$

$$\Rightarrow \quad l = \frac{k_0 l_0}{k_c} = \frac{100.30}{400} = 7,5 \text{ (cm)}.$$

D. CON LẮC ĐƠN – CHU KÌ CỦA CON LẮC ĐƠN PHỤ THUỘC VÀO ĐỘ CAO VÀ NHIỆT ĐỘ

1. Định nghĩa con lắc đơn

Con lắc đơn là một hệ gồm vật nặng khối lượng m, kích thước nhỏ, treo bằng một sợi dây mảnh không co giãn (kích thước của vật rất nhỏ so với độ dài của dây, khối lượng của dây rất nhỏ so với m).

2. Phương trình dao động

Khi dao động nhỏ, dao động của con lắc đơn là dao động điều hòa (một cách gần đúng) với phương trình

* Viết theo tọa độ cong

$$s = S_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

* Viết theo tọa độ góc

$$\alpha = \alpha_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

Trong đó, S_0 biên độ cong, α_0 biên độ góc và tần số góc

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \text{ (l chiều dài con lắc đơn)}$$

3. Chu kì dao động

Khi dao động nhỏ, con lắc đơn dao động điều hòa, tuần hoàn với chu kì

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

4. Công thức gần đúng thường dùng

Cho ε là một số dương, rất nhỏ ($0 < \varepsilon \leq 1$), ta có

$$(1 \pm \varepsilon)^n \approx 1 \pm n\varepsilon$$

$$(1 + \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2)(1 + \varepsilon_3) \approx 1 + \varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

5. Công thức tính gia tốc trọng trường ở độ cao h

Xét vật có khối lượng m ở độ cao h so với mặt đất. Gọi M và R là khối lượng và bán kính Trái Đất. Lực hấp dẫn giữa vật m và Trái Đất

$$F_{hd} = G\frac{Mm}{(R+h)^2}$$

Mặt khác, F_{hd} cũng chính là trọng lực tác dụng lên m, vì vậy gọi g_h là gia tốc trọng trường ở độ cao h, ta có

$$F_{hd} = P_h = mg_h$$

hay $$G\frac{Mm}{(R+h)^2} = mg_h$$

Suy ra $$g_h = \frac{GM}{(R+h)^2} \qquad (1)$$

Gia tốc trọng trường tại mặt đất (h = 0) sẽ là

$$g = \frac{GM}{R^2} \qquad (2)$$

Từ (1) và (2), ta suy ra

$$\frac{g_h}{g} = (\frac{R}{R+h})^2$$

hay $$g_h = g\,(\frac{R}{R+h})^2$$

6. Công thức tính gia tốc trọng trường ở độ sâu h

Từ công thức (2), ta suy ra gia tốc trọng trường ở độ sâu h

$$g_h = \frac{G.M'}{(R-h)^2}$$

Trong đó M' là khối lượng của phần trái đất giới hạn bởi mặt cầu có bán kính R – h

Từ (2) và (3), ta suy ra

$$\frac{g_h}{g} = \frac{M'}{M}\left(\frac{R}{R-h}\right)^2 = \frac{\frac{4}{3}\pi(R-h)^3\rho}{\frac{4}{3}\pi R^3\rho}\left(\frac{R}{R-h}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad \frac{g_h}{g} = \frac{R-h}{R}$$

hay $$g_h = g \cdot \frac{R-h}{R}$$

7. Công thức tính chiều dài con lắc ở nhiệt độ t

Gọi l_0 là chiều dài con lắc (chiều dài dây treo) ở 0°C, chiều dài dây treo ở nhiệt độ t sẽ là

$$l_t = l_0(1 + \alpha t)$$

(α hệ số nở dài (độ$^{-1}$ hoặc K^{-1})).

8. Xác định thời gian con lắc đồng hồ chạy sai trong một ngày đêm

Gọi T_0 là chu kì của con lắc đồng hồ khi chạy đúng, T là chu kì mới của con lắc.

Nếu $T > T_0$, tức chu kì tăng, đồng hồ chạy chậm đi.

Nếu $T < T_0$, tức chu kì giảm, đồng hồ chạy nhanh lên.

Sau một chu kì (sau T_0 s) đồng hồ chạy sai đi $|T - T_0|$ s

Sau một giây, đồng hồ chạy sai đi $\frac{|T - T_0|}{T_0}$ s.

Thời gian chạy sai đi sau một ngày đêm (86400 s) sẽ là

$$\theta = \frac{|T - T_0|}{T_0} \cdot 86400 \text{ (s)}.$$

BÀI TẬP

BÀI 15

Một đồng hồ quả lắc chỉ đúng giờ ở mức mặt biển và ở nhiệt độ 30°C. Thanh treo con lắc có hệ số nở dài

$$\alpha = 2.10^{-5}K^{-1}.$$

1. Khi nhiệt độ là 20°C và cũng ở mức mặt biển thì đồng hồ chạy nhanh hay chậm, mỗi ngày bao nhiêu?

2. Đưa đồng hồ lên đỉnh núi cao 600 m so với mặt biển, đồng hồ vẫn chạy đúng giờ. Lời giải thích hiện tượng và tính nhiệt độ ở đỉnh núi. Cho biết bán kính trái đất R ≈ 6400 km.

3. Gia tốc trọng trường ở mức mặt biển là $g \approx 9{,}792$ m/s^2 và chu kì dao động của con lắc đồng hồ đúng bằng 1 s. Tính độ dài của con lắc đơn đồng bộ với nó.

LỜI GIẢI

1. Đồng hồ chạy nhanh hay chậm, mỗi ngày bao nhiêu?

Chu kì ở mức mặt biển và ở nhiệt độ $t_1 = 30°C$ (chu kì lúc chạy đúng)

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_0(1+30\alpha)}{g}}$$

Chu kì ở mức mặt biển và ở nhiệt độ $t_2 = 20°C$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_0(1+20\alpha)}{g}}$$

Ta có $$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{1+20\alpha}{1+30\alpha}} = \sqrt{(1+20\alpha)(1-30\alpha)} = \sqrt{1-10\alpha}$$

$$\Rightarrow T_2 = T_1(1-10\alpha)^{1/2} = T_1(1-5\alpha)$$

Ta thấy $T_2 < T_1$, chu kì giảm nên đồng hồ chạy nhanh lên.

Thời gian chạy nhanh lên sau mỗi ngày đêm (86400s)

$$\theta = \frac{|T_2 - T_1|}{T_1} . 86400 = \frac{|T_1(1-5\alpha) - T_1|}{T_1} . 86400$$

$$\theta = 5\alpha \ . 86400 = 5 \ . \ 2 \ . \ 10^{-5} \ . \ 86400$$

$$\Rightarrow \quad \theta = 8{,}64\text{s}.$$

2. Đưa lên cao vẫn chạy đúng giờ, giải thich hiện tượng

Khi đưa đồng hồ lên cao, gia tốc trọng trường giảm, đáng lí chu kì $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ phải tăng, tức đồng hồ chạy chậm đi. Thế nhưng, do nhiệt độ trên cao thấp hơn, làm chiều dài con lắc co ngắn lại một cách tương ứng, khiến chu kì $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ không đổi (tức đồng hồ vẫn chạy đúng).

– Tính nhiệt độ ở đỉnh núi.

Gọi t_3 là nhiệt độ ở độ cao h = 600m (ở đỉnh núi). Do đồng hồ vẫn chạy đúng, tức chu kì không đổi, nên có

$$T_3 = 2\pi\sqrt{\frac{l_3}{g_h}} = T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{l_3}{g_h} = \frac{l_1}{g} \text{ hay } \frac{l_o(1+\alpha t_3)}{g(\frac{R}{R+h})^2} = \frac{l_o(1+\alpha t_1)}{g}$$

$$\Rightarrow \quad (\frac{R+h}{R})^2 . (1 + \alpha t_3) = 1 + \alpha t_1$$

$$\Rightarrow \quad (1 + \frac{h}{R})^2 . (1 + \alpha t_3) = 1 + \alpha t_1$$

Vì $\frac{h}{R}$ rất nhỏ, nên ta được

$$\left(1 + \frac{2h}{R}\right)(1 + \alpha t_3) = 1 + \alpha t_1$$

$$\Rightarrow \quad 1 + \frac{2h}{R} + \alpha t_3 = 1 + \alpha t_1$$

$$\Rightarrow \quad t_3 = t_1 - \frac{2h}{\alpha R} = 30 - \frac{2.0,6}{2.10^{-5}.6400} \approx 20,6(^{\circ}C)$$

3. Tính chiều dài của con lắc đơn đồng bộ

Từ công thức $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, ta suy ra

$$L = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{1.9,792}{4\pi^2} \approx 0,248\ (m)$$

$$\Rightarrow \quad l \approx 24,8\ cm.$$

BÀI 16

Con lắc của một đồng hồ có chu kì 2s ở 29°C trên mặt đất.

1. Nếu nhiệt độ tăng lên đến 33°C đồng hồ sẽ chạy nhanh hay chậm bao nhiêu trong một ngày đêm? Biết con lắc đồng hồ làm bằng đồng có hệ số nở dài $\lambda = 1,7.10^{-5}K^{-1}$

2. Đưa con lắc lên cao 4 km so với mặt đất, đồng hồ sẽ chạy nhanh hay chậm bao nhiêu sau một ngày đêm? Giả sử nhiệt độ vẫn là 29°C. Biết gia tốc trọng trường ở mặt đất là $g_0 = 9,8\ m/s^2$, bán kính trái đất R = 6400 km.

3. Ở độ cao 4 km, nếu muốn con lắc đồng hồ vẫn có chu kì 2 s nhiệt độ con lắc phải là bao nhiêu?

LỜI GIẢI

1. Tìm thời gian chạy nhanh hay chậm sau một ngày đêm.

Chu kì ở nhiệt độ $t_1 = 29^oC$, trên mặt đất

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g_0}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_0(1+29\lambda)}{g_0}}$$

Chu kì ở nhiệt độ $t_2 = 33^oC$, trên mặt đất

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g_0}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_0(1+33\lambda)}{g_0}}$$

Ta có $$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{1+33\lambda}{1+29\lambda}} = \sqrt{1+33\lambda-29\lambda} = (1+4\lambda)^{1/2}$$

$$\Rightarrow \quad T_2 = T_1\,(1+2\lambda) = T_1 + 2\lambda\,T_1$$

Ta thấy $T_2 > T_1$, chu kì tăng nên đồng hồ chạy chậm đi. Thời gian chạy chậm đi sau một ngày đêm (86400 s).

$$\theta = \frac{|T_2 - T_1|}{T_1}\,.\,86400 = \frac{|T_1 + 2\lambda T_1 - T_1|}{T_1}\,.\,86400$$

$$\theta = 2\lambda\,.\,86400 = 2\,.\,1,7\,.\,10^{-5}\,.\,86400$$

$$\theta = 2,94\ (s).$$

2. Ở độ cao h = 4km, đồng hồ chạy nhanh hay chậm bao nhiêu trong một ngày đêm?

Chu kì ở độ cao h = 4km

$$T_h = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g_h}}$$

Ta có $$\frac{T_h}{T_1} = \sqrt{\frac{g_0}{g_h}} = \sqrt{\frac{g_0}{g_0\left(\frac{R}{R+h}\right)^2}} = \frac{R+h}{R} = 1 + \frac{h}{R}$$

$$\Rightarrow \quad T_h = T_1 + \frac{T_1.h}{R}$$

Ta thấy $T_h > T_1$, chu kì tăng nên đồng hồ chạy chậm đi.

Thời gian chậm đi sau một ngày đêm

$$\theta = \frac{|T_h - T_1|}{T_1} . 86400 = \frac{h}{R} . 86400$$

$$\theta = \frac{4}{6400} . 86400 = 54 \text{ (s)}$$

3. Tìm nhiệt độ để đồng hồ chạy đúng ở độ cao h =4km

Ở độ cao h = 4 km, muốn chu kì là $T'_h = 2s = T_1$ (đồng hồ vẫn chạy đúng) thì nhiệt độ lúc này là t_3. Ta có

$$T'_h = 2\pi\sqrt{\frac{l_3}{g_h}} = T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g_0}}$$

$$\Rightarrow \frac{l_3}{g_h} = \frac{l_1}{g_0} \text{ hay } \frac{l_0(1+\lambda t_3)}{g_0(\frac{R}{R+h})^2} = \frac{l_0(1+\lambda t_1)}{g_0}$$

$$\Rightarrow (1 + \frac{h}{R})^2 (1 + \alpha t_3) = 1 + \alpha t_1$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{2h}{R} + \alpha t_3 = 1 + \alpha t_1$$

$$\Rightarrow t_3 = t_1 - \frac{2h}{\alpha R} = 29 - \frac{2.4}{1,7.10^{-5}.6400}$$

$$\Rightarrow t_3 \approx 44,5^\circ C.$$

BÀI 17

Con lắc của một đồng hồ lúc chạy đúng là con lắc đơn đếm giây (có chu kì đúng bằng 2 s) tại một nơi có gia tốc trọng trường $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ trên mặt đất.

Nếu đem con lắc xuống hầm mỏ sâu 200 m thì đồng hồ sẽ chạy nhanh hay chậm bao nhiêu trong một ngày đêm? Cho biết bán kính Trái Đất R ≈ 6400 km.

LỜI GIẢI

Ở độ sâu h = 200m, đồng hồ chạy nhanh hay chậm thế nào?

Chu kì của con lắc lúc chạy đúng

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Chu kì của con lắc ở độ sâu h = 200m

$$T_h = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_h}}$$

trong đó, gia tốc trọng trường ở độ sâu h

$$g_h = g\frac{R-h}{R}$$

Suy ra $\quad T_h = 2\pi\sqrt{\frac{l.R}{g(R-h)}}$

Ta có $\quad \frac{T_h}{T} = \sqrt{\frac{R}{R-h}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{h}{R}}} = (1-\frac{h}{R})^{-1/2}$

$$\Rightarrow T_h \approx T(1+\frac{h}{2R}) \approx T + \frac{T.h}{2R}$$

Ta thấy $T_h > T$, chu kì tăng nên đồng hồ chạy chậm đi. Thời gian chậm đi trong một ngày đêm

$$\theta = \frac{|T_h - T|}{T}.86400 = \frac{\left|T+\frac{T.h}{2R}-T\right|}{T}.86400$$

$$\theta = \frac{h}{2R}.86400 \approx \frac{0,2}{2.6400}.86400$$

$$\theta \approx 1,35\text{ s.}$$

E. KHẢO SÁT DAO ĐỘNG NHỎ CỦA CON LẮC ĐƠN KHI CÓ THÊM MỘT LỰC KHÔNG ĐỔI TÁC DỤNG

1. Trọng lực hiệu dụng và gia tốc trọng trường hiệu dụng

Bình thường trong quá trình dao động, quả cầu của con lắc đơn chỉ chịu tác dụng của lực căng dây $\vec{\tau}$ và trọng lực $\vec{P}$. Khi đó, chu kì dao động sẽ là

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Trong đó $g = \frac{P}{m}$ là gia tốc trọng trường.

Nếu trong quá trình dao động có thêm một lực không đổi $\vec{f}$ tác dụng, con lắc sẽ dao động với chu kì

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}$$

Trong đó $\vec{g}' = \frac{\vec{P}'}{m} = \frac{\vec{P}+\vec{f}}{m}$ là gia tốc trọng trường hiệu dụng

Hợp lực $\vec{P}' = \vec{P} + \vec{f}$ là trọng lực hiệu dụng.

2. Các trường hợp thường gặp

* Lực có thêm $\vec{f}$ hướng thẳng đứng từ trên xuống ($\vec{f}\downarrow$)

$$\vec{f}\downarrow \Leftrightarrow P' = P + f \Leftrightarrow g' = \frac{P'}{m} = \frac{P+f}{m} = g + \frac{f}{m} > g$$

* Lực có thêm $\vec{f}$ hướng thẳng đứng từ dưới lên ($\vec{f}\uparrow$)

$$\vec{f}\uparrow \Leftrightarrow P' = P - f \Leftrightarrow g' = \frac{P'}{m} = \frac{P-f}{m} = g - \frac{f}{m} < g$$

Lực có thêm $\vec{f}$ có phương nằm ngang (hình E.1). Lúc này, ở vị trí cân bằng dây treo của con lắc lệch với phương thẳng đứng góc β

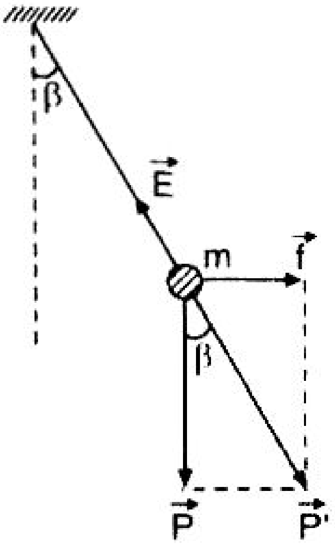
$$\operatorname{tg}\beta = \frac{f}{P}$$

Trọng lực hiệu dụng

$$P' = \frac{P}{\cos\beta} = \sqrt{P^2 + f^2}$$

Gia tốc hiệu dụng

$$g' = \frac{P'}{m} = \frac{P}{m\cos\beta} = \frac{g}{\cos\beta}$$



Hình E.1

Chu kì

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g/\cos\beta}} = \frac{T}{\sqrt{\cos\beta}}$$

3. Các lực có thêm thường gặp

* *Lực điện trường* Nếu quả cầu của con lắc mang điện tích q đặt trong điện trường $\vec{E}$ thì lực có thêm tác dụng lên con lắc là lực điện trường $\vec{f}$

$$\vec{f} = q\vec{E}$$

$q > 0 \Leftrightarrow \vec{f}$ cùng phương chiều với $\vec{E}$ ($\vec{f} \uparrow\uparrow \vec{E}$).

$q < 0 \Leftrightarrow \vec{f}$ cùng phương, ngược chiều với $\vec{E}$ ($\vec{f} \uparrow\downarrow \vec{E}$).

Về cường độ $F = |q|E$

Lưu ý: Cường độ điện trường trong tụ điện phẳng E (V/m) $= \frac{U(V)}{d(m)}$, trong đó U là hiệu điện thế giữa hai bản tụ, d là khoảng cách giữa hai bản.

* *Lực quán tính:* Nếu con lắc treo trong một hệ đang chuyển động với gia tốc $\vec{a}$ thì lực có thêm tác dụng lên con lắc là lực quán tính

$$\vec{f}_{qt} = -m\vec{a}$$

$\vec{f}_{qt}$ cùng phương, ngược chiều với $\vec{a}$

Về cường độ $f_{qt} = ma$; trong đó m là khối lượng của quả cầu, a là trị số của gia tốc.

* *Lực đẩy Acsimet (Archimêde):* Lực đẩy Acsimet $\vec{f}_A$ luôn có chiều hướng thẳng đứng từ dưới lên và có cường độ

$$f_A = V\rho g$$

V là thể tích của phần vật chìm trong chất lỏng (hoặc chất khí), ρ là khối lượng riêng của chất lỏng (hoặc khí).

BÀI TẬP

BÀI 18

Một con lắc đơn có chu kì dao động bằng 2s ở nơi mà gia tốc trọng trường là $g = 9,8\ m/s^2$ và ở 0°C. Dây treo con lắc có hệ số nở dài $\alpha = 2.10^{-5}\ K^{-1}$. Bỏ qua mọi ma sát và lực cản môi trường.

1. Tính chiều dài l_0 của con lắc ở 0°C và chu kì dao động của nó ở 20°C.

2. Để con lắc ở 20°C có chu kì vẫn là 2s người ta truyền cho quả cầu của con lắc một điện tích $q = 10^{-9}$ C rồi đặt nó trong một điện trường đều có cường độ E, có các đường sức nằm ngang và song song với mặt phẳng dao động của con lắc. Biết khối lượng của con lắc là m = 1 g, hãy tính cường độ điện trường và góc giữa phương thẳng đứng và phương của dây treo con lắc khi nó đứng cân bằng.

(Trích "Đề thi tuyển sinh" môn Vật lí, Nxb. Giáo dục, 1993).

LỜI GIẢI

1. *Tính chiều dài l_o của con lắc ở 0°C*

Ta có $$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{l_0}{g}}$$

Suy ra $$l_o = \frac{T_0^2 . g}{4\pi^2} = \frac{2^2 . 9,8}{4\pi^2} \approx 0,994 \text{ (m)}.$$

Tính chu kì ở nhiệt độ 20°C

Chu kì ở nhiệt độ $t_1 = 20°C$

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_0(1+20\alpha)}{g}}$$

Ta có $$\frac{T_1}{T_0} = \sqrt{1+20\alpha} = (1+20\alpha)^{1/2} \approx 1 + 10\alpha$$

$$\Rightarrow T_1 = T_o(1+10\alpha) \approx 2(1 + 10 . 2 . 10^{-5})$$

$$T_1 = 2,0004 \text{ (s)}.$$

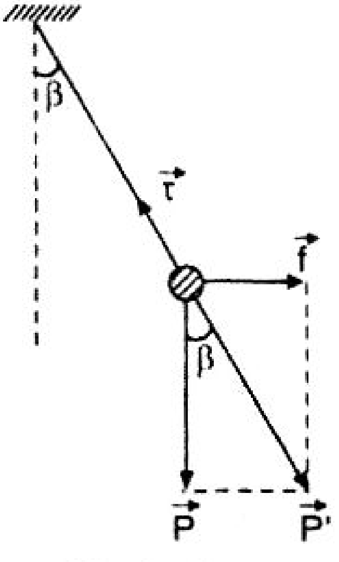
2 .*Tính E và β*

Ở vị trí cân bằng trong điện trường, dây treo con lắc nghiêng với phương thẳng đứng góc β (hình 18.1).

Vì trong điện trường, ở 20°C chu kì vẫn bằng $T_o = 2s$, nên có

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g'}} = T_o$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{l_0}{g}}$$



Hình 18.1

Suy ra $$\frac{l_1}{g'} = \frac{l_0}{g} \text{ hay } \frac{l_0(1+20\alpha)}{g'} = \frac{l_0}{g}$$

$$\Rightarrow g' = g(1+20\alpha)$$

Trọng lực hiệu dụng

$$P' = mg' = mg(1 + 20\alpha) = P(1 + 20\alpha)$$

Lực điện trường

$$f = \sqrt{P'^2 - P^2} = \sqrt{P^2(1 + 20\alpha)^2 - P^2}$$

$$= P\sqrt{(1 + 20\alpha)^2 - 1}$$

$$\Rightarrow \quad f = P\sqrt{1 + 40\alpha - 1} = P\sqrt{40\alpha} \qquad (1)$$

$$\Rightarrow \quad |q|E = mg\sqrt{40\alpha}$$

$$\Rightarrow \quad E = \frac{mg\sqrt{40\alpha}}{|q|} = \frac{1.10^{-3}.9,8\sqrt{40.2.10^{-5}}}{10^{-9}}$$

$$\Rightarrow \quad E = 2,77\ .\ 10^5\ (V/m).$$

Ta có $\quad tg\beta = \frac{f}{P}$

Kết hợp với (1) ta được

$$tg\beta = \frac{P\sqrt{40\alpha}}{P} = 2\sqrt{10\alpha} = 2\ \sqrt{10.2.10^{-5}}$$

$$\Rightarrow \quad tg\beta \approx 0,0283$$

$$\Rightarrow \quad \beta \approx 0,0283\ rad \approx 1^\circ 37'.$$

BÀI 19

Một con lắc treo trong thang máy, khi thang máy đứng yên nó đánh giây (có chu kì đúng bằng 2s). Lấy $g = 10\ m/s^2$.

1. Tìm chu kì dao động của con lắc trong trường hợp thang máy đi lên nhanh dần đều với gia tốc $a = 0,1\ m/s^2$; đều; chậm dần đều với gia tốc $a = 0,1\ m/s^2$.

2. Hỏi như câu 1 trong trường hợp thang máy đi xuống.

3. Để chu kì dao động của con lắc giảm 1% so với chu kì lúc thang máy đứng yên thì thang máy phải chuyển động với

gia tốc bao nhiêu? Xác định tính chất chuyển động của thang máy lúc này.

LỜI GIẢI

1. Tìm chu kì dao động khi thang đi lên

* *Đi lên nhanh dần đều* với a = 0,1 m/s^2 Lúc này $\vec{a}\uparrow$, $\vec{f}_{qt}\downarrow$ [*]nên có

Trọng lực hiệu dụng

$$P_1 = P + f_{qt} = mg + ma$$

Gia tốc hiệu dụng

$$g_1 = \frac{P_1}{m} = g + a$$

Chu kì $$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}}$$

Mặt khác, chu kì dao động lúc thang máy đứng yên

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\text{ s}$$

Suy ra $$\frac{T_1}{T} = \sqrt{\frac{g}{g+a}}$$

hay $$T_1 = T\sqrt{\frac{g}{g+a}}$$

$$\Rightarrow T_1 = 2\sqrt{\frac{10}{10+0{,}1}} \approx 1{,}99\text{ s}$$

* ***Đi lên đều*** **Lúc này a = 0 nên f_{ht} = 0, tức P' = P**

---

[*] Kí hiệu ↑, xin đọc là "Hướng thẳng đứng từ dưới lên"; ↓, xin đọc là "Hướng thẳng đứng từ trên xuống"

Suy ra $$T' = T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2(s).$$

* ***Đi lên chậm dần đều*** với $a = 0,1\ m/s^2$ Lúc này $\vec{a}\downarrow$, $\vec{f_{qt}}\uparrow$, suy ra gia tốc hiệu dụng

$$g_2 = g - a$$

Do đó, chu kì dao động là

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_2}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}}$$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T} = \sqrt{\frac{g}{g-a}} \text{ hay } T_2 = T\sqrt{\frac{g}{g-a}}$$

$$\Rightarrow T_2 = 2\sqrt{\frac{10}{10-0,1}} \approx 2,01\ (s).$$

2. *Tìm chu kì dao động khi thang đi xuống*

Tương tự như câu 1, ta có được các kết quả sau

* Thang đi xuống nhanh dần đều ($\vec{a}\downarrow$, $\vec{f_{qt}}\uparrow$)

$$T_3 \approx 2,01\ (s)$$

* Thang đi xuống chậm dần đều ($\vec{a}\uparrow$, $\vec{f_{qt}}\downarrow$)

$$T_4 \approx 1,99\ (s).$$

* Thang đi xuống đều ($a = 0$, $f_{qt} = 0$)

$$T' = T = 2\ (s).$$

3. *Xác định a để chu kì giảm 1% so với T*

Giả sử thang chuyển động với gia tốc có trị số a thì chu kì là T' giảm 1% so với T (chu kì lúc thang đứng yên). Ta có

$$T' = T - \frac{1}{100}T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}$$

Để ý rằng $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ta suy ra

$$\frac{T'}{T} = 1 - \frac{1}{100} = \sqrt{\frac{g}{g'}}$$

(1) cho thấy g' > g, suy ra g' = g + a, lúc này (1) trở thành

$$1 - \frac{1}{100} = \sqrt{\frac{g}{g+a}} = \left(1 + \frac{a}{g}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

Coi $\frac{a}{g}$ là nhỏ, ta được

$$1 - \frac{1}{100} \approx 1 - \frac{a}{2g}.$$

$$\Rightarrow \quad a \approx \frac{2g}{100} = \frac{2.10}{100} = 0,2\ (m/s^2).$$

– *Xác định tính chất chuyển động của thang.*

Vì g' = g + a > g, nghĩa là P' > P, suy ra $\vec{a}\uparrow$ và $\vec{f_{qt}}\downarrow$.

Như vậy, để chu kì giảm đi 1% so với T, thang phải chuyển động với gia tốc $a = 0,2\ m/s^2$ và vectơ gia tốc $\vec{a}$ phải hướng lên, tức là nếu thang đi lên, phải đi lên nhanh dần đều; nếu thang đi xuống, phải đi xuống chậm dần đều.

BÀI 20

Thanh con lắc của một đồng hồ quả lắc cùng quả nặng của nó được làm bằng đồng thau, có hệ số nở dài $\lambda = 0,000018$ độ$^{-1}$ và có khối lượng riêng $D = 8430\ kg/m^3$.

1. Đồng hồ chạy đúng ở một nơi có gia tốc trọng trường $g = 9,8\ m/s^2$ và ở nhiệt độ 20°C. Hỏi khi nhiệt độ là 32°C, cũng ở nơi đó thì đồng hồ chạy nhanh hay chậm, mỗi ngày

bao nhiêu?

2. Cũng ở nơi đó, khi nhiệt độ là 15°C, để đồng hồ vẫn chạy đúng, phải đưa nó lên cao bao nhiêu?

3. Ở nhiệt độ 20°C, nếu đặt đồng hồ trong chân không thì nó nhanh hay chậm, mỗi ngày bao nhiêu? Và ở nhiệt độ nào nó lại chạy đúng? Cho biết khối lượng riêng của không khí $D_o = 1,293$ kg/m³, bán kính trái đất R = 6300 km.

LỜI GIẢI

1. Đồng hồ chạy nhanh hay chậm, mỗi ngày bao nhiêu?

Chu kì dao động của con lắc đồng hồ lúc chạy đúng (ở $t_1 = 20°C$)

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_0(1+20\lambda)}{g}}$$

Chu kì dao động ở nhiệt độ $t_2 = 32°C$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_0(1+32\lambda)}{g}}$$

Ta có $$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{1+32\lambda}{1+20\lambda}} = \sqrt{1+32\lambda-20\lambda} \approx 1+6\lambda$$

$$\Rightarrow \quad T_2 = T_1 + 6\lambda T_1$$

$T_2 > T_1$, chu kì tăng nên đồng hồ chạy chậm đi. Thời gian chậm đi sau một ngày đêm (86400 s)

$$\theta = \frac{|T_2 - T_1|}{T_1}.86400 = 6\lambda.86400$$

$$\theta = 6.1,8.10^{-5}.86400 \approx 9,3 \text{ (s)}.$$

2. Phải đưa lên độ cao bao nhiêu?

Ở nhiệt độ $t_3 = 15°C$, để đồng hồ chạy đúng phải đưa nó lên độ cao h. Khi đó

$$T_h = 2\pi\sqrt{\frac{l_3}{g_h}} = T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{l_3}{g_h} = \frac{l_1}{g} \text{ hay } \frac{l_0(1+\lambda t_3)}{g(\frac{R}{R+h})^2} = \frac{l_0(1+\lambda t_1)}{g}$$

$$\Rightarrow \quad (\frac{R+h}{R})^2.(1+\lambda t_3) = 1+\lambda t_1$$

$$\Rightarrow \quad (1+\frac{2h}{R})(1+\lambda t_3) = 1+\lambda t_1$$

$$\Rightarrow \quad 1+\frac{2h}{R}+\lambda t_3 = 1+\lambda t_1$$

$$\Rightarrow \quad h = \frac{\lambda R}{2}(t_1 - t_3) = \frac{1,8.10^{-5}.6300}{2}(20-15)$$

$$\Rightarrow \quad h \approx 0,2835 \text{ (km)} = 283,5\text{m}.$$

3. Đặt đồng hồ trong chân không

Gọi P là trọng lực của quả lắc trong không khí; P_o là trọng lực trong chân không; f_A là lực đẩy Acsimet trong không khí, ta có

$$P = P_o - f_A \quad \text{hay} \quad P_o = P + f_A$$

Gia tốc trọng trường khi quả lắc dao động trong chân không

$$g_0 = \frac{P_0}{m} = \frac{P+f_A}{m} = g + \frac{f_A}{m} = g + \frac{VD_0}{m}g$$

$$\Rightarrow \quad g_0 = g\,(1+\frac{VD_0}{VD}) = g\,(1+\frac{D_0}{D})$$

Chu kì dao động trong chân không ở nhiệt độ $t_1 = 20^oC$

$$T_{01} = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g_0}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g(1+\frac{D_0}{D})}}$$

Để ý rằng, chu kì lúc chạy đúng ngoài không khí

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}$$

Ta có $$\frac{T_{01}}{T_1} = \sqrt{\frac{1}{1+\frac{D_0}{D}}} = (1+\frac{D_0}{D})^{-1/2} \approx 1 - \frac{1}{2}.\frac{D_0}{D}$$

$$\Rightarrow \quad T_{01} = T_1 - \frac{D_0}{2D}.T_1$$

$T_{01} < T_1$, chu kì giảm nên đồng hồ chạy nhanh lên. Thời gian chạy nhanh lên sau một ngày đêm

$$\theta = \frac{|T_{01} - T_1|}{T_1}.86400 = \frac{D_0}{2D}.86400$$

$$\theta = \frac{1,293}{2.8430}.86400 \approx 6.7\ (s).$$

Để đồng hồ chạy đúng trong chân không, nhiệt độ phải là t_4, khi đó chu kì là

$$T_4 = 2\pi\sqrt{\frac{l_4}{g_0}} = T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{l_4}{g_0} = \frac{l_1}{g} \text{ hay } \frac{l_0(1+\lambda t_4)}{g(1+\frac{D_0}{D})} = \frac{l_0(1+\lambda t_1)}{g}$$

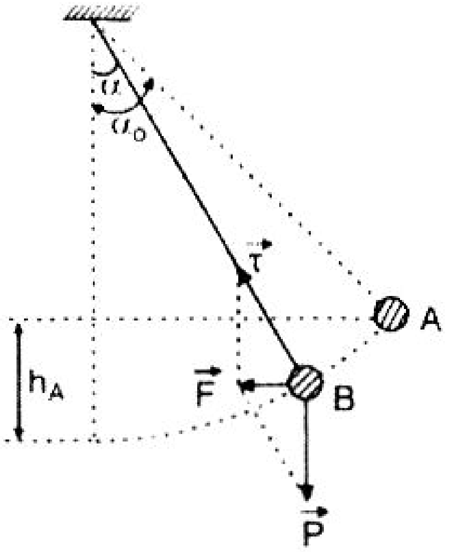
$$\Rightarrow \quad 1 + \lambda t_1 - \frac{D_0}{D} = 1 + \lambda t_1$$

$$\Rightarrow \quad t_4 = t_1 + \frac{D_0}{\lambda D} = 20^\circ + \frac{1,293}{1,8.10^{-5}.8430}$$

$$\Rightarrow \quad t_4 \approx 28.5^\circ.$$

G. VẬN TỐC DÀI, LỰC CĂNG DÂY, NĂNG LƯỢNG CỦA CON LẮC ĐƠN TRONG QUÁ TRÌNH DAO ĐỘNG

1. Vận tốc dài



Hình G.1

Xét một con lắc đơn có độ dài l, quả nặng có khối lượng m, dao động với biên độ góc α_0. Gọi v là vận tốc của quả nặng khi con lắc ở vị trí B có tọa độ góc α bất kì (hình G.1).

Theo định luật bảo toàn năng lượng, ta có

$$E_B = E_A$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 + mgh_B = mgh_A$$

$$\Rightarrow v^2 = 2g(h_A - h_B) \text{ với}$$

$h_B = l - l\cos\alpha$; $h_A = l - l\cos\alpha_0$, ta được

$$v^2 = 2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0) .$$

2. Lực căng dây

Hợp lực tác dụng lên quả nặng ở tại vị trí B

$$\vec{F} = \vec{P} + \vec{\tau}$$

Chiếu phương trình trên lên hướng của $\vec{\tau}$, ta được

$$ma_{ht} = -P\cos\alpha + \tau$$

$$\Rightarrow \tau = ma_{ht} + P\cos\alpha$$

$$\Rightarrow \tau = m\frac{v^2}{l} + mg\cos\alpha$$

Thế giá trị của v^2 từ (1) và (2), ta có

$$\tau = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$$

Chú ý: * Biểu thức (1) và (3) cho thấy vận tốc v và lực căng dây τ càng lớn khi con lắc càng đi gần về vị trí cân bằng. Ở vị trí cân bằng v và τ đạt giá trị cực đại. Ở các vị trí biên chúng đạt giá trị cực tiểu ($v = 0$ và $\tau_{min} = mg\cos\alpha_0$)

* Nếu con lắc dao động nhỏ ($\alpha_0 \leq 10^\circ \approx 0{,}17$ rad), ta có

$$\cos\alpha_0 = 1 - 2\sin^2\frac{\alpha_0}{2} \approx 1 - \frac{\alpha_0^2}{2}$$

$$\cos\alpha = 1 - 2\sin^2\frac{\alpha}{2} \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2}$$

Thế $\cos\alpha_0 = 1 - \frac{\alpha_0^2}{2}$ và $\cos\alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2}$ vào (1) và (3) để xác định vận tốc v và lực căng dây τ.

3. Năng lượng dao động của con lắc đơn khi dao động nhỏ

* Phương trình dao động

$$s = S_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

hoặc

$$\alpha = \alpha_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

* Phương trình vận tốc

$$v = s' = \omega S_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

* Biểu thức của thế năng

$$E_t = mgh = mgl(1 - \cos\alpha) = mgl \,.\, \frac{\alpha^2}{2}$$

Vì

$$\alpha = \frac{g}{l}$$

nên

$$E_t = mgl.\frac{s^2}{2l^2} = \frac{1}{2}\frac{mg}{l}s^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 s^2$$

$$E_t = \frac{1}{2}m\omega^2 S_0^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$$

* Biểu thức của động năng

$$E_d = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E_d = \frac{1}{2}m\omega^2 S_0^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$$

* Cơ năng toàn phần

$$E = E_d + E_t = \frac{1}{2}m\omega^2 S_0^2$$

Để ý rằng $\omega^2 = \frac{g}{l}$ và $S_0 = \alpha_0 l$, ta còn viết được

$$E = \frac{1}{2}mgl\alpha_0^2$$

Cơ năng toàn phần được bảo toàn, tỉ lệ với bình phương biên độ dao động.

BÀI TẬP

BÀI 21

Một con lắc đơn có dây treo dài 1m, quả nặng của con lắc có khối lượng $m = 0{,}5$ kg, dao động với biên độ góc $\alpha_0 = 60^\circ$. Lấy $g = 9{,}8$ m/s^2.

1. Tính động năng và thế năng của con lắc khi nó ở tọa độ góc $\alpha = 30^\circ$.

2. Ở tọa độ góc $\alpha = 45^\circ$, sức căng dây là bao nhiêu?

3. Giả sử dây treo con lắc có thể chịu được một lực kéo lớn nhất là 12 N. Tìm điều kiện đối với biên độ góc để dây treo không đứt trong quá trình dao động.

Cho $\cos 74^\circ = 0{,}276$.

LỜI GIẢI

1. Tính động năng, thế năng

Ta có $v^2 = 2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$ [*]

Ở tọa độ góc $\alpha = 30^0$ thì

$$v^2 = 2 . 9,8 . 1 (\cos30^0 - \cos60^0)$$

$$\Rightarrow v^2 = 19,6 . (\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}) = 9,8 (\sqrt{3} - 1)$$

Động năng $E_đ = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} . 0,5 . 9,8 . (\sqrt{3} - 1)$

$$E_đ \approx 1,79 \text{ J}$$

Thế năng $E_t = mgh = mgl(1 - \cos\alpha)$

$$E_t = 0,5 . 9,8 . 1 (1 - \frac{\sqrt{3}}{2})$$

$$E_t \approx 0,66 \text{ J}$$

2. Tính lực căng dây

Ta có $\tau = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$

Ở tọa độ góc $\alpha = 45^0$ thì

$$\tau = 0,5 . 9,8 . (3\cos45^0 - 2\cos60^0)$$

$$\tau = 4,9 (3 . \frac{\sqrt{2}}{2} - 1)$$

$$\tau \approx 5,49 \text{ N}$$

3. Tìm điều kiện đối với α_0 để dây không đứt

Trong quá trình dao động, tại vị trí cân bằng ($\alpha = 0$) lực căng dây đạt cực đại

$$\tau_{max} = mg(3 - 2\cos\alpha_0)$$

$$\tau_{max} = 0,5 . 9,8 . (3 - 2\cos\alpha_0) = 4,9(3 - 2\cos\alpha_0)$$

---

[*] Trong các kì thi tuyển sinh, khi sử dụng, bạn đọc phải chứng minh lại

Để dây treo không đứt, ta phải có

$$\tau_{max} = 4,9\,(3 - 2\cos\alpha_0) < 12$$

$$\Rightarrow \quad 2\cos\alpha_0 > 3 - \frac{12}{4,9}$$

$$\Rightarrow \quad \cos\alpha_0 > \frac{3}{2} - \frac{12}{9,8} \approx 0,276$$

$$\Rightarrow \quad \cos\alpha_0 > \cos 74^0 \Rightarrow \alpha_0 < 74^0.$$

BÀI 22

Một con lắc đơn gồm một quả nặng có khối lượng m = 200 g, treo vào một sợi dây có chiều dài l_1 = 1 m dao động tại nơi có gia tốc trọng trường $g = \pi^2 = 9,8$ m/s^2

1. Tính chu kì của con lắc khi dao động với biên độ nhỏ.

2. Bây giờ từ vị trí cân bằng ta kéo con lắc ra cho dây treo nghiêng với phương thẳng đứng góc $\alpha_0 = 30^0$ rồi buông nhẹ cho nó dao động. Tính vận tốc của vật nặng khi con lắc đi qua vị trí cân bằng. Tính lực căng của dây treo khi con lắc đi qua vị trí cân bằng và khi con lắc ở vị trí biên.

3. Xét con lắc trên dao động với biên độ nhỏ. Khi đi qua vị trí cân bằng, dây treo bị một cái đinh O' ở phía dưới điểm treo O 36 cm chặn lại. Tính chu kì dao động của con lắc khi vướng đinh.

LỜI GIẢI

1. Tính chu kì dao động

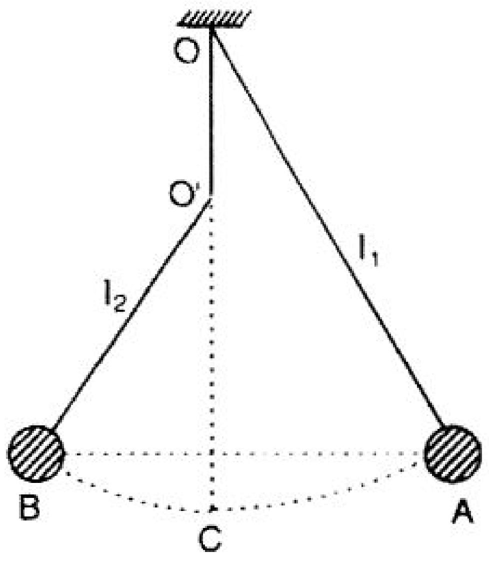
Gọi T_1 là chu kì của con lắc khi dao động nhỏ, ta có

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{\pi^2}} = 2\text{ s}$$

2. Xác định vận tốc và lực căng dây

** Tại vị trí cân bằng*

Động năng của quả nặng ở vị trí cân bằng C có giá trị bằng thế năng của nó ở vị trí biên A



Hình 22.1

$$\frac{1}{2}mv_c^2 = mgh_A$$

Suy ra

$$v_c^2 = 2gh_A$$

$$= 2gl_1(1 - \cos\alpha_0)$$

$$\Rightarrow v_c^2 = 2.\ 9,8.1\ (1 - \cos30^\circ)$$

$$\Rightarrow v_c^2 = 19,6\ .\ (1 - \frac{\sqrt{3}}{2})$$

$$\Rightarrow v_c^2 \approx 1,62\ (m/s)$$

Gọi τ_c là lực căng dây tại vị trí cân bằng, ta có

$$\tau_c - mg = ma_{ht} = m\frac{v_c^2}{l_1}$$

$$\Rightarrow \tau_c = m\frac{v_c^2}{l_1} + mg$$

Vì $v_c^2 = 2gl_1(1 - \cos\alpha_0)$

nên có $\tau_c = 2mg(1 - \cos\alpha_0) + mg$

$$\Rightarrow \tau_c = mg(3 - 2\cos\alpha_0)$$

Thay số vào ta được

$$\tau_c = 0,2\ .\ 9,8\ (3 - 2\cos30^\circ)$$

$$\tau_c \approx 2,48\ N$$

** Tại vị trí biên*

Lực căng dây tại vị trí biên A

$$\tau_A = mg\cos\alpha_0 = 0{,}2\ .\ 9{,}8\ .\ \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tau_A \approx 1{,}7\ \text{N}.$$

3. Tính chu kì dao động khi vướng đinh

Khi vướng đinh, con lắc chuyển động tuần hoàn với chu kì

$$T = t_{AC} + t_{CB} + t_{BC} + t_{CA}$$

Hay $T = (t_{AC} + t_{CA}) + (t_{CB} + t_{BC})$

$$\Rightarrow\quad T = \frac{1}{2}T_1 + \frac{1}{2}T_2$$

Trong đó $T_1 = 2$ s

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}64}{g}} = 1{,}6\ \text{(s)}.$$

Vậy $T = \frac{1}{2}\ .\ 2 + \frac{1}{2}\ .\ 1{,}6 = 1{,}8$ (s).

BÀI 23

Một con lắc gồm một quả cầu kim loại có khối lượng m = 0,1 kg được treo vào một điểm A cố định bằng một đoạn dây mảnh có độ dài-l = 5 m. Đưa quả cầu ra khỏi vị trí cân bằng cho đến khi dây treo nghiêng với phương thẳng đứng góc $\alpha_0 = 9°$ rồi buông cho nó dao động tự do. Lấy $g = \pi^2 = 10\text{m/s}^2$.

1. Viết phương trình dao động của con lắc. Tính động năng của nó sau khi buông một khoảng thời gian $t = \frac{\pi}{6\sqrt{2}}$ s.

2. Xác định cơ năng toàn phần của con lắc.

3. Trong thực tế, do ma sát nên con lắc dao động tắt dần. Ta thấy, với biên độ góc ban đầu là 9° thì sau 4 chu kì biên độ góc của nó chỉ còn là 8°. Cho biết biên độ góc (sau mỗi chu

kì) giảm dần theo một cấp số nhân lùi vô hạn. Hãy tính năng lượng cần cung cấp cho con lắc trong một tuần lễ để nó dao động với biên độ góc 9°.

LỜI GIẢI

1. Viết phương trình dao động

Tần số góc $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} = \sqrt{\frac{10}{5}} = \sqrt{2}$ (rad/s)

Biên độ góc $\alpha_0 = 9^\circ = 9 \cdot \frac{\pi}{180}$ rad $= \frac{\pi}{20}$ (rad)

Chọn gốc thời gian là lúc buông tay, chiều dương là chiều kéo con lắc lúc ban đầu. Lúc t = 0, ta có

$$\alpha_{(t=0)} = \alpha_0 \sin\varphi = \alpha_0$$

$$\Rightarrow \sin\varphi = 1$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$$

Suy ra, phương trình dao động

$$\alpha = \frac{\pi}{20} \sin(\sqrt{2}\, t + \frac{\pi}{2}) \text{ (rad)}$$

Lưu ý: có thể viết phương trình dưới dạng

$$s = S_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

Trong đó $S_0 = \alpha_0 \cdot l$

Tính động năng ở thời điểm $t = \frac{\pi}{6\sqrt{2}}$ s

Phương trình vận tốc

$$v = \omega S_0 \cos(\omega t + \varphi) = \omega \alpha_0 l \cos(\omega t + \varphi)$$

Suy ra $v = \sqrt{2}\,\frac{\pi}{20} \cdot 5 \cos(\sqrt{2}\, t + \frac{\pi}{2})$

$$v = \frac{\sqrt{2}\pi}{4}\cos\left(\sqrt{2}\,t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Ở thời điểm $t = \frac{\pi}{6\sqrt{2}}$ s,

Ta có

$$v = \frac{\sqrt{2}\pi}{4}\cos\left(\sqrt{2}\,\frac{\pi}{6\sqrt{2}} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad v = \frac{\sqrt{2}\pi}{4}\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}\pi}{8} \text{ m/s.}$$

Dấu (–) cho biết vật đang đi theo chiều âm.

Động năng ở thời điểm $t = \frac{\pi}{6\sqrt{2}}$ s

$$E_d = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\,.\,0,1\,.\left(-\frac{\sqrt{2}\pi}{8}\right)^2$$

$$E_d = \frac{1}{64} \approx 1,56\,.\,10^{-2}\text{ J}$$

2. Xác định cơ năng toàn phần

Cơ năng toàn phần của con lắc bằng thế năng của nó ở vị trí biên

$$E = mgl\,(1 - \cos\alpha_0) = mgl\,.\,2\sin^2\frac{\alpha_0}{2}$$

Vì dao động nhỏ nên

$$\sin\frac{\alpha_0}{2} \approx \frac{\alpha_0}{2},$$

suy ra

$$E = \frac{1}{2}\,mgl\,.\,\alpha_0^2$$

Thay số vào, ta được

$$E = \frac{1}{2}\,.\,0,1\,.\,10\,.\,5\left(\frac{\pi}{20}\right)^2 = \frac{1}{16} = 0,0625\text{ (J).}$$

3. *Tính năng lượng cung cấp cho con lắc*

Giả sử biên độ góc giảm dần theo cấp số nhân có công bội q thì biên độ góc lúc ban đầu và sau 4 chu kì kế tiếp lần lượt là

$$\alpha_{01} = 9^o; \qquad \alpha_{02} = q\,\alpha_{01}; \qquad \alpha_{03} = q^2\alpha_{01};$$

$$\alpha_{04} = q^3\alpha_{01}; \qquad \alpha_{05} = q^4\alpha_{01} = 8^o$$

Suy ra $$q^4 = \frac{\alpha_{05}}{\alpha_{01}} = \frac{8}{9}$$

hay $$q = \sqrt[4]{\frac{8}{9}}$$

Theo (1), năng lượng của con lắc lúc đầu

$$E_1 = \frac{1}{2}\,mgl\,\alpha_{01}^2$$

Sau chu kì đầu tiên, năng lượng còn lại là

$$E_2 = \frac{1}{2}\,mgl\,\alpha_{02}^2$$

Năng lượng tiêu hao ở con lắc sau chu kì đầu tiên

$$\Delta E = E_1 - E_2 = \frac{1}{2}\,mgl\,(\alpha_{01}^2 - \alpha_{02}^2)$$

$$\Delta E = \frac{1}{2}\,mgl\,\alpha_{01}^2(1 - q^2)$$

$$\Delta E = \frac{1}{2}\,.\,0{,}1\,.\,10\,.\,5\,(9.\,\frac{\pi}{180})^2(1 - \sqrt{\frac{8}{9}})$$

$$\Delta E \approx 3{,}574\,.\,10^{-3}\,(J).$$

Chu kì dao động của con lắc

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{5}{10}} = 2\sqrt{5}\ (s).$$

Năng lượng phải bù đắp cho con lắc trong một tuần lễ

$$w = \frac{7.24.3600}{T}\ \Delta E$$

$$w = \frac{7.24.3600}{2\sqrt{5}}\ .\ 3{,}574\ .\ 10^{-3}$$

$$w = 462{,}65\ (J).$$

H. CHỨNG MINH MỘT CƠ HỆ DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

Để chứng minh một hệ dao động điều hòa, có thể sử dụng một trong hai phương pháp sau đây:

1. Phương pháp phân tích lực

* Xác định trục tọa độ gốc tọa độ thường chọn là vị trí cân bằng của vật, trục tọa độ trùng với phương dao động của vật.

* Viết biểu thức của hợp lực tác dụng lên vật tại một vị trí bất kì có tọa độ x (để đơn giản, nên chọn vị trí có $x > 0$). Chiếu biểu thức của hợp lực xuống trục tọa độ đã xác định và đưa biểu thức của hợp lực về dạng

$$F = -Kx$$

Trong một số trường hợp, để đưa biểu thức của hợp lực về dạng $F = -Kx$, cần phải chú ý kết hợp với biểu thức phân tích lực tác dụng lên vật khi vật ở vị trí cân bằng.

* Theo định luật 2 Niutơn, ta có

$$F = ma = mx''$$

Suy ra $\quad mx'' = -Kx$

hay $\quad x'' = -\frac{K}{m}\,.\,x$

Đặt $\frac{K}{m} = \omega^2$

ta được $x'' = -\omega^2 x$ (1)

(1) là phương trình vi phân, có nghiệm

$$x = A\sin(\omega t + \varphi) \qquad (2)$$

(2) là phương trình dao động của vật, chứng tỏ vật dao động điều hòa với

Tần số góc $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$

Chu kì $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$

2. Phương pháp dùng định luật bảo toàn năng lượng

Ở một tọa độ x bất kì

* Động năng của vật

$$E_d = \frac{1}{2}mv^2$$

* Thế năng đàn hồi của lò xo (nếu có)

$$E_t = \frac{1}{2}kx^2$$

* Thế năng của trọng lực (nếu có dạng của con lắc đơn, dao động nhỏ)

$$E_t = mgh = mgl(1 - \cos\alpha)$$

Vì dao động nhỏ nên

$$1 - \cos\alpha = 2\sin^2\frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha^2}{2} = \frac{1}{2}\cdot\frac{x^2}{l^2}$$

(x là tọa độ cong ứng với góc α $\alpha = \frac{x}{l}$).

Suy ra $E_t = \frac{1}{2}\frac{mg}{l}.x^2$

* Theo định luật bảo toàn năng lượng, cơ năng toàn phần

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}\ \frac{mg}{l}\ .\ x^2 = const$$

Lấy đạo hàm của E theo thời gian

$$E'_{(t)} = mvv' + kxx' + \frac{mg}{l}\ xx' = 0 \qquad (3)$$

Thay v = x' và v' = x" vào (3) rồi chia hai vế cho mx', ta được

$$x'' + \frac{k}{m}\ .\ x + \frac{g}{l}\ .\ x = 0 \text{ hay } x'' = -\left(\frac{k}{m} + \frac{g}{l}\right)\ .\ x$$

Đặt $\frac{k}{m} + \frac{g}{l} = \omega^2$

$x'' = -\omega^2 x$

Suy ra $x = A\sin(\omega t + \varphi)$

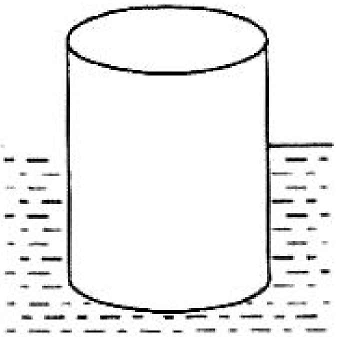
Phương trình trên chứng tỏ vật dao động điều hòa với chu kì

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

BÀI TẬP

BÀI 24

Một khối gỗ hình trụ có khối lượng riêng $\mu = 0,64\ g/cm^3$, chiều cao h = 10cm, được thả nổi trên mặt nước (hình 24.1). Nước có khối lượng riêng $d_0 = 1\ g/cm^3$.



Hình 24.1

1. Xác định chiều cao của phần gỗ chìm trong nước khi khối gỗ ở vị trí cân bằng.

2. Từ vị trí cân bằng, ấn khối gỗ xuống theo phương thẳng đứng một đoạn nhỏ rồi buông nhẹ. Chứng tỏ khối gỗ dao động điều hòa. Tìm chu kì dao động.

LỜI GIẢI

1. Tìm chiều cao của phần gỗ chìm trong nước

Lực tác dụng vào khối gỗ gồm trọng lực $\vec{P}$ và lực đẩy Acsimét.

Tại vị trí cân bằng, ta có

$$f_{AO} = P$$

hay

$$Sh_o d_o g = mg$$

$$= Sh\mu g \qquad (1)$$

Suy ra

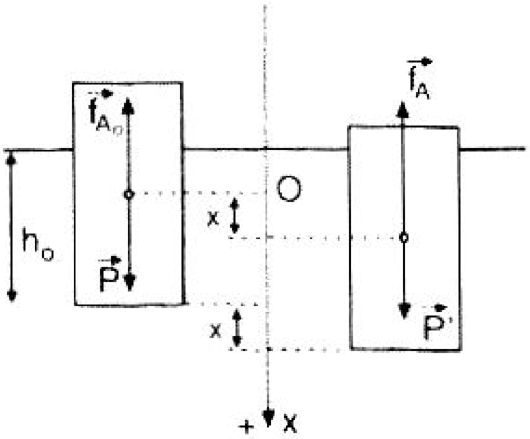
$$h_o = \frac{h\mu}{d_o} = \frac{10.0{,}64}{1}$$

$$\Rightarrow \quad h_o = 6{,}4 \text{ cm}$$

2. Chứng tỏ khối gỗ dao động điều hòa

Lấy trục tọa độ Ox có phương thẳng đứng, hướng xuống, gốc tọa độ O là trọng tâm của vật lúc vật ở vị trí cân bằng (hình 24.2). Hợp lực tác dụng lên vật khi vật ở tọa độ x

$$\vec{F} = \vec{P} + \vec{f_A}$$



Hình 24.2

Chiếu xuống trục Ox, ta được

$$F = P - f_A$$

$$F = S\,h\mu g - S\,(h_o + x)\,d_o g$$

$$F = S\,h\mu g - S\,h_o d_o g - S\,d_o gx$$

Kết hợp với (1), ta được $F = -S d_o g x$

Đặt $S d_o g = K$,

ta có $F = -Kx$

Theo định luật 2 Niu tơn, ta có

$$F = ma = -mx''$$

Suy ra $mx'' = -Kx$

Hay $x'' = -\frac{K}{m}x = -\omega^2 x$

Phương trình trên có nghiệm

$$x = A\sin(\omega t + \varphi)$$

(2) là phương trình dao động của vật, chứng tỏ vật dao động điều với tần số góc

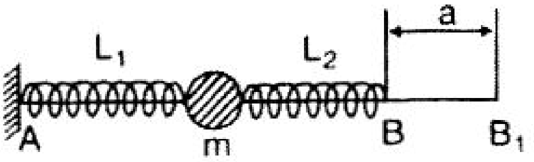
$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{Sd_o g}{Sh\mu g}} = \sqrt{\frac{d_o}{h\mu}}$$

Chu kì $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{h\mu}{d_o}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,1.0,64}{1}}$

$$T \approx 1,59\ (s).$$

BÀI 25

Một quả cầu khối lượng m, được mắc vào hai đầu của hai lò xo L_1, L_2 chưa bị biến dạng, có độ cứng lần lượt là k_1, k_2 sao cho nó có thể trượt không ma sát dọc theo thanh kim loại mảnh nằm ngang. Đầu A của lò xo 1 được giữ chặt. Người ta giữ yên quả cầu và kéo giãn đầu B của lò xo 2 đến B_1 và giữ chặt ở B_1. Sau đó thả quả cầu. Biết $BB_1 = a$ (hình 25.1)



Hình 25.1

1. Lập phương trình dao động của quả cầu.

2. Tìm biên độ và chu kì dao động của quả cầu.

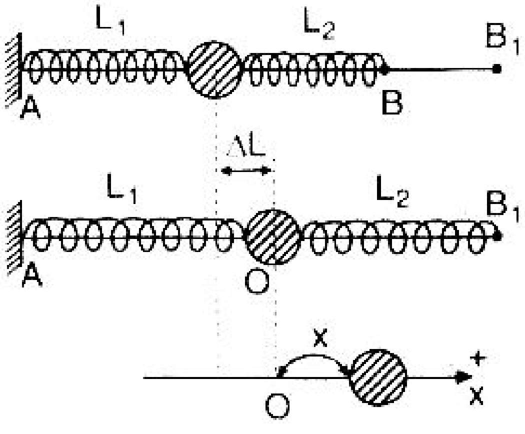
3. Tìm vận tốc cực đại của quả cầu.

(Trích "Đề thi tuyển sinh" môn Vật lí, Nxb. Giáo dục, 1994).

LỜI GIẢI

1. Lập phương trình dao động

Không giữ quả cầu, từ từ kéo đầu B của lò xo L_2 tới B_1, quả cầu sẽ dịch chuyển về phía B, tới một điểm O và đứng yên ở vị trí này. Giữ chặt đầu B của lò xo L_2 tại B_1, đưa quả cầu từ O đến vị trí ban đầu rồi thả ra, nó sẽ dao động quanh vị trí cân bằng O.



Hình 25.2

Gắn lên hệ trục tọa độ Ox, gốc O (hình 25.2). Tại vị trí cân bằng O, lò xo L_1 giãn đoạn Δl, lò xo L_2 giãn đoạn $a - \Delta l$. Vì vậy, tại vị trí cân bằng O, ta có

$$k_1 \Delta l = k_2 (a - \Delta l) \qquad (1)$$

Trong quá trình dao động, tại tọa độ x, độ giãn của lò xo L_1 là $\Delta l + x$; độ giãn của lò xo L_2 sẽ là $(a - \Delta l) - x$. Khi này hợp lực tác dụng lên vật là

$$\vec{F} = \vec{T_1} + \vec{T_2}$$

Chiếu lên trục Ox, ta được

$$F = - T_1 + T_2$$

$$\Rightarrow \quad F = - k_1 (\Delta l + x) + k_2 [(a - \Delta l) - x]$$

$$\Rightarrow \quad F = - k_1 \Delta l - k_1 x + k_2 (a - \Delta l) - k_2 x$$

Kết hợp với phương trình (1), ta được

$$F = - (k_1 + k_2)\, x = - Kx$$

Mặt khác $F = ma = mx''$

Suy ra $mx'' = -Kx$

$$\Rightarrow x'' = -\frac{K}{m}x = -\omega^2 x$$

$$\Rightarrow x = A\sin(\omega t + \varphi) \qquad (2)$$

Phương trình (2) chứng tỏ vật dao động điều hòa.

Tần số góc $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$

Chọn gốc thời gian là lúc buông quả cầu, thì lúc $t = 0$ ta có

$$\begin{cases} x_0 = A\sin\varphi = -\Delta l \\ v_0 = \omega A\cos\varphi = 0 \end{cases} \qquad (3)$$

Giải hệ trên cho thấy $\sin\varphi < 0$ và $\cos\varphi = 0$. Suy ra

$$\varphi = -\frac{\pi}{2}$$

Thay $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ vào (3), ta được $A = \Delta l$

Mặt khác, phương trình (1) cho ta

$$\Delta l = \frac{k_2 a}{k_1 + k_2}$$

Vậy có $A = \frac{k_2 a}{k_1 + k_2}$

Suy ra phương trình dao động của vật

$$x = \frac{k_2 a}{k_1 + k_2}\sin\left(\sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}\,.\,t - \frac{\pi}{2}\right).$$

2. *Tính biên độ, chu kì*

Kết quả ở câu (1) cho ta

* Biên độ $A = \dfrac{k_2 a}{k_1 + k_2}$

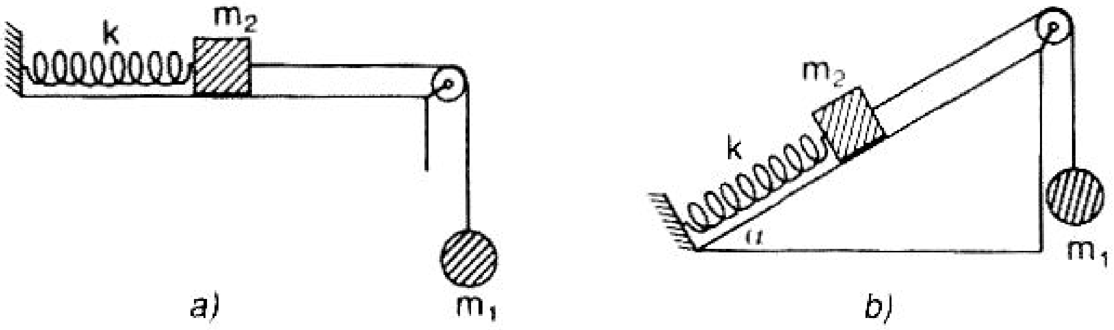
* Chu kì $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k_1 + k_2}}$

3. Tìm vận tốc cực đại.

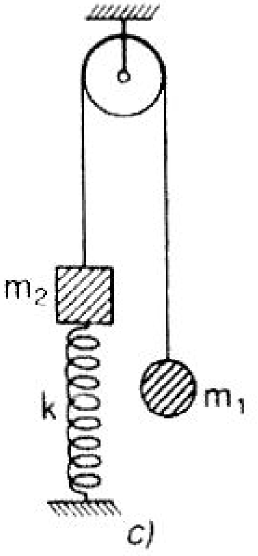
$$v_{max} = \omega A = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}} \cdot \frac{k_2 a}{k_1 + k_2}$$

$$= \frac{k_2 a}{\sqrt{m(k_1 + k_2)}}.$$

BÀI 26



Hình 26.1



Cho ba hệ cơ như hình 26.1. Ở mỗi hệ lò xo có độ cứng k = 300 N/m, các vật nặng có khối lượng m_1 = 1 kg; m_2 = 2 kg. Bỏ qua mọi ma sát và khối lượng của lò xo.

Kéo m_1 xuống theo phương thẳng đứng một đoạn nhỏ rồi buông tay. Chứng minh hệ dao động điều hòa. Tìm chu kì dao động.

LỜI GIẢI

Với cả 3 hệ, trong quá trình dao động, ở tọa độ x bất kì, ta có

* Động năng của hệ

$$E_đ = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\, v^2$$

* Thế năng đàn hồi của lò xo

$$E_t = \frac{1}{2}kx^2$$

* Cơ năng toàn phần

$$E = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\, v^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \text{const}$$

Lấy đạo hàm của E theo thời gian, ta được

$$E'_{(t)} = (m_1 + m_2)\, vv' + kxx' = 0$$

Để ý rằng $v = x'$ và $v' = x''$, ta có

$$(m_1 + m_2)\, x'x'' + kxx' = 0$$

$$\Rightarrow \quad x'' = -\frac{k}{m_1 + m_2}.\, x = -\omega^2 x$$

Suy ra $\qquad x = A\sin(\omega t + \varphi)$

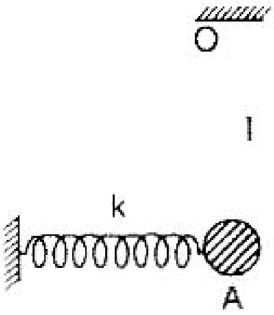
Phương trình trên chứng tỏ hệ dao động điều hòa với chu kì

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}}$$

$$\Rightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{1+2}{300}} \approx 0{,}628\ (s).$$

BÀI 27

Cho hệ cơ liên kết như hình 27.1. Lò xo có độ cứng k, thanh treo OA có chiều dài l. Khối lượng của lò xo và của thanh treo OA không đáng kể. Vật nặng có khối lượng m. Từ vị trí cân bằng (thanh OA có phương thẳng đứng) ta kéo vật để thanh OA nghiêng với phương thẳng đứng góc α nhỏ rồi buông nhẹ.



Hình 27.1

LỜI GIẢI

Năng lượng của vật khi vật lệch khỏi vị trí cân bằng đoạn x (thanh treo nghiêng với phương thẳng đứng góc α)

* Động năng

$$E_đ = \frac{1}{2}mv^2$$

* Thế năng đàn hồi

$$E_{t_1} = \frac{1}{2}kx^2$$

* Thế năng của trọng lực

$$E_{t_2} = mgh = mgl\,(1 - \cos\alpha) \approx \frac{1}{2}\,mgl\alpha^2$$

Vì $\alpha = \frac{x}{l}$ nên $E_{t_2} = \frac{1}{2}\frac{mg}{l}.x^2$

* Cơ năng toàn phần

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}\frac{mg}{l}x^2 = \text{const}$$

Lấy đạo hàm của E theo thời gian, ta được

$$E'_{(t)} = mvv' + kxx' + \frac{mg}{l}xx' = 0$$

Vì $v = x'; v' = x''$ nên có

$$mx'x'' + kxx' + \frac{mg}{l}xx' = 0$$

$$\Rightarrow \quad x'' = -\left(\frac{k}{m} + \frac{g}{l}\right) x$$

Đặt $\frac{k}{m} + \frac{g}{l} = \omega^2$,

ta có $x'' = -\omega^2 x$

Suy ra $x = A\sin(\omega t + \varphi)$

Vậy vật dao động điều hòa với chu kì

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m} + \frac{g}{l}}}.$$

I. ĐỘ LỆCH PHA. TỔNG HỢP HAI DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA BẰNG PHƯƠNG PHÁP GIẢN ĐỒ VECTƠ

1. Độ lệch pha

Cho hai dao động điều hòa cùng tần số

$$x_1 = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1); \; x_2 = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$$

Độ lệch pha của x_1 so với x_2 là

$$\Delta\varphi = (\omega t + \varphi_1) - (\omega t + \varphi_2) = \varphi_1 - \varphi_2$$

$\Delta\varphi > 0 \Leftrightarrow \varphi_1 > \varphi_2$; x_1 nhanh pha hơn x_2

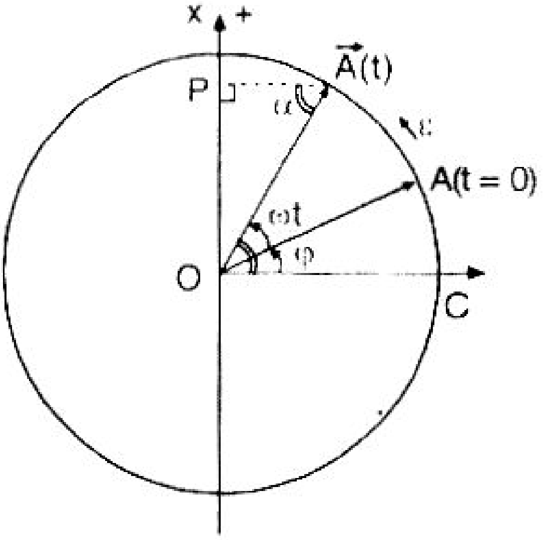
$\Delta\varphi < 0 \Leftrightarrow \varphi_1 < \varphi_2$; x_1 trễ pha hơn x_2

$\Delta\varphi = k.2\pi$ x_1 cùng pha x_2

$\Delta\varphi = (2k + 1)\pi$ x_1 ngược pha x_2

$\Delta\varphi = (2k + 1)\frac{\pi}{2}$ x_1 vuông pha x_2

2. Phương pháp giản đồ vectơ



Hình I.1

Lấy vectơ $\overrightarrow{OC}$ có phương nằm ngang (hình I.1) làm chuẩn (trục gốc). Cho vectơ $\vec{A}$, gốc O, quay ngược chiều quay kim đồng hồ với vận tốc góc ω.

Ở thời điểm ban đầu (t = 0)

$$(\overrightarrow{OC}, \vec{A}) = \varphi$$

Ở thời điểm t, $\vec{A}$ đã quay được góc ωt, lúc này

$$(\overrightarrow{OC}, \vec{A}) = \omega t + \varphi$$

Gọi $x = \overline{OP}$ là hình chiếu của $\vec{A}$ xuống trục Ox (trục Ox vuông góc với trục gốc $\overrightarrow{OC}$). Tại thời điểm t, ta có

$$x = A \sin\alpha$$

hay

$$x = A \sin(\omega t + \varphi).$$

Như vậy, hình chiếu của $\vec{A}$ xuống trục Ox là một dao động điều hòa. Ngược lại, một dao động điều hòa có thể biểu diễn bằng một vectơ quay

Vectơ biểu diễn cho một dao động điều hòa được quy ước là "vectơ biên độ" vẽ tại thời điểm ban đầu (t = 0), tức vẽ sao cho vectơ biểu diễn hợp với trục gốc một góc bằng pha ban đầu φ của dao động cần biểu diễn.

Phương pháp biểu diễn dao động điều hòa bằng vectơ quay như nói ở trên gọi là phương pháp giản đồ vectơ (Phương pháp giản đồ Fresnel).

Theo phương pháp giản đồ vectơ

* Hai dao động cùng pha, được biểu diễn bằng 2 vectơ cùng phương, cùng chiều.

* Hai dao động ngược pha, được biểu diễn bằng 2 vectơ cùng phương, ngược chiều.

* Hai dao động vuông pha thì 2 vectơ biểu diễn vuông góc nhau.

3. Tổng hợp hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số bằng phương pháp giản đồ vectơ.

Cho hai dao động điều cùng phương, cùng tần số

$$x_1 = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$$

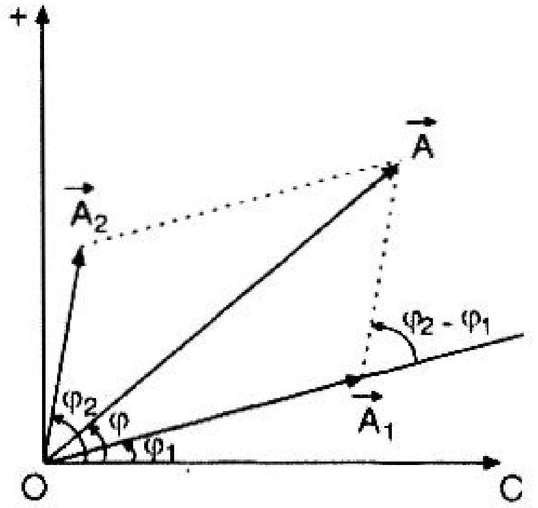
và $$x_2 = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$$

Biểu diễn x_1, x_2 lần lượt bằng $\vec{A_1}$, $\vec{A_2}$. Trên giản đồ (hình I.2), vectơ tổng

$$\vec{A} = \vec{A_1} + \vec{A_2}$$

biểu diễn cho dao động tổng hợp

$$x = x_1 + x_2.$$



Hình I.2

Theo giản đồ, ta suy ra

$$x = A \sin(\omega t + \varphi)$$

Xác định được A và φ thế vào phương trình trên sẽ được phương trình của dao động tổng hợp.

a) Tìm A

* Theo giản đồ, ta có

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos[\pi - (\varphi_2 - \varphi_1)]$$

Hay $$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

* Cũng có thể xác định A như sau chiếu phương trình

$$\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$$

lên trục tung, trục hoành, ta được

$$A\sin\varphi = A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2 = a \quad (1)$$

$$A\cos\varphi = A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2 = b \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta suy ra

$$A^2 = a^2 + b^2 \text{ hay } A = \sqrt{a^2 + b^2}$$

b) Tìm φ

Có thể xác định φ bằng cách tính $tg\varphi$ trực tiếp từ giản đồ. Trong trường hợp tổng quát ta xác định như sau

Từ (1) và (2), ta có

$$tg\varphi = \frac{a}{b}$$

suy ra $$\varphi = arctg\frac{a}{b}$$

BÀI TẬP

BÀI 28

Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa, cùng phương. Bằng phương pháp giản đồ vectơ hãy tìm biểu thức của dao động tổng hợp trong trường hợp các dao động thành phần có biểu thức sau

1. $x_1 = 2\sin 2\pi t$ (cm)

   $x_2 = 2\sqrt{3}\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (cm)

2. $x_1 = 2\sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ (cm)

$x_2 = 2\sqrt{2}\,\sin(5\pi t - \frac{\pi}{2})$ (cm)

3. $x_1 = 5\cos(\pi t - \frac{\pi}{6})$ (cm)

$x_2 = 5\sin(\pi t - \frac{\pi}{3})$ (cm)

LỜI GIẢI

Ta quy ước biểu diễn x_1 bằng $\vec{A_1}$, x_2 bằng $\vec{A_2}$. Dao động tổng hợp x được biểu diễn bằng $\vec{A}$ ($\vec{A} = \vec{A_1} + \vec{A_2}$).

1. * Với $x_1 = 2\sin 2\pi t$ thì $\vec{A_1}$ có

$$\begin{cases} |A_1| = A_1 = 2 \text{ (cm)} \\ \varphi_1 = 0 \end{cases}$$

* Với $x_2 = 2\sqrt{3}\,\sin(2\pi t + \frac{\pi}{2})$ thì $\vec{A_2}$ có

$$\begin{cases} A_2 = 2\sqrt{3} \text{ cm} \\ \varphi_2 = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

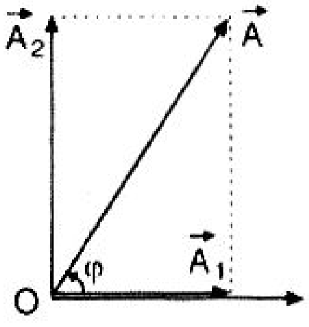
Giản đồ vectơ (hình 28.1), cho ta

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$$

$$= \sqrt{2^2 + 12} = 4 \text{ cm}$$

$$\text{tg}\,\varphi = \frac{A_2}{A_1} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3}$$



Hình 28.1

Suy ra, dao động tổng hợp có biểu thức

$$x = A\sin(\omega t + \varphi) = 4\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)\ (\text{cm})$$

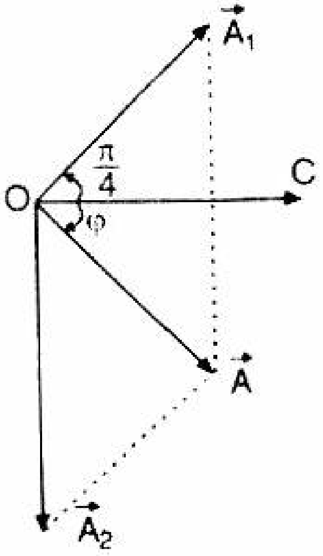
2. * Với $x_1 = 2\sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ thì $\overrightarrow{A_1}$ có

$$\begin{cases} A_1 = 2\ \text{cm} \\ \varphi_1 = \dfrac{\pi}{4} \end{cases}$$

* Với $x_2 = 2\sqrt{2}\sin\left(5\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ thì $\overrightarrow{A_2}$ có

$$\begin{cases} A_2 = 2\sqrt{2}\ \text{cm} \\ \varphi_2 = -\dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

Giản đồ vectơ ở hình 28.2, cho ta



Hình 28.2

* $$A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos\frac{\pi}{4}$$

$$A^2 = 2^2 + (2\sqrt{2})^2 - 2.2.\,2\sqrt{2}\,\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$A = 2\ \text{cm}$$

* $$\text{tg}\varphi = -\frac{A_2 - A_1\sin\frac{\pi}{4}}{A_1\cos\frac{\pi}{4}}$$

$$\text{tg}\varphi = -\frac{2\sqrt{2} - 2.\frac{\sqrt{2}}{2}}{2\frac{\sqrt{2}}{2}} = -1 \quad \Rightarrow \quad \varphi = -\frac{\pi}{4}$$

Suy ra biểu thức của dao động tổng hợp

$$x = 2\sin\left(5\pi t - \frac{\pi}{4}\right)\ (\text{cm}).$$

3. * Với $x_1 = 5\cos(\pi t - \frac{\pi}{6})$

hay $x_1 = 5\sin(\pi t - \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}) = 5\sin(\pi t + \frac{\pi}{3})$

thì $\overrightarrow{A_1}$ có $\begin{cases} A_1 = 5\text{ cm} \\ \varphi_1 = \frac{\pi}{3} \end{cases}$

* Với $x_2 = 5\sin(\pi t - \frac{\pi}{3})$ thì $\overrightarrow{A_2}$ có

$$\begin{cases} A_2 = 5\text{ cm} \\ \varphi_2 = -\frac{\pi}{3} \end{cases}$$

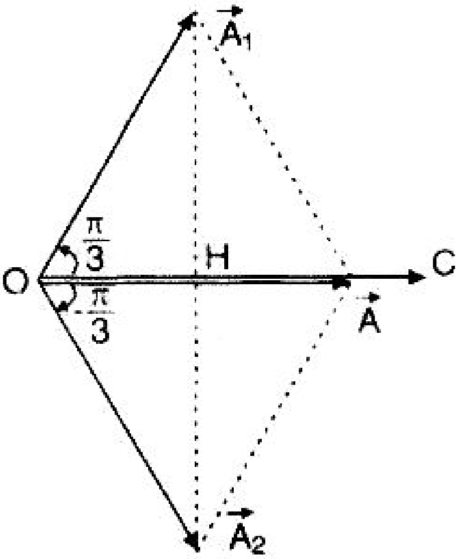
Do $A_1 = A_2$ nên hình bình hành có 2 cạnh $\overrightarrow{A_1}$ và $\overrightarrow{A_2}$ là hình thoi (hình 28.3). Vì vậy, theo giản đồ ta có

* $A = 2.OH = 2.\ A_1\cos\frac{\pi}{3}$

$A = 2\ .\ 5\ .\frac{1}{2} = 5\text{ cm}$

* $\overrightarrow{A}$ có phương chiều trùng với trục gốc Oc, tức $\varphi = 0$. Suy ra, biểu thức của dao động tổng hợp

$$x = 5\sin\pi t\ (\text{cm})$$



Hình 28.3

BÀI 29

Cho ba dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số

$x_1 = 8\sin 3\pi t\ (\text{cm})$

$$x_2 = 4\sqrt{2}\ \sin\left(3\pi t + \frac{3\pi}{4}\right)\ (\mathrm{cm})$$

$$x_3 = 3\sqrt{2}\ \sin\left(3\pi t + \frac{\pi}{4}\right)\ (\mathrm{cm})$$

Hãy xác định biểu thức của dao động tổng hợp của ba dao động trên.

LỜI GIẢI

* Biểu diễn $x_1 = 8 \sin 3\pi t$ (cm) bằng $\vec{A_1}$.

$\vec{A_1}$ có $A_1 = 8$ cm; $\varphi_1 = 0$

* Biểu diễn $x_2 = 4\sqrt{2}\ \sin\left(3\pi t + \frac{3\pi}{4}\right)$ (cm) bằng $\vec{A_2}$

$\vec{A_2}$ có $A_2 = 4\sqrt{2}$ cm; $\varphi_2 = \frac{3\pi}{4}$

* Biểu diễn $x_3 = 3\sqrt{2}\ \sin\left(3\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ (cm) bằng $\vec{A_3}$

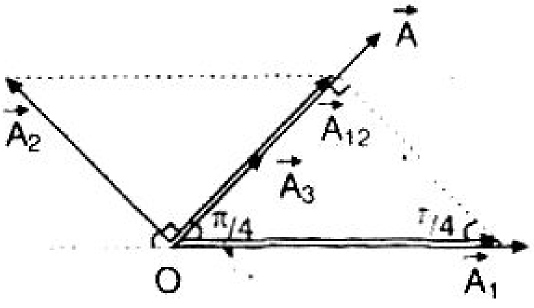
$\vec{A_3}$ có $A_3 = 3\sqrt{2}$ cm; $\varphi_3 = \frac{\pi}{4}$

Vẽ giản đồ vectơ biểu diễn phương trình

$$\vec{A} = \vec{A_1} + \vec{A_2} + \vec{A_3}$$

Trong đó $\vec{A}$ biểu diễn cho dao động tổng hợp

$$x = x_1 + x_2 + x_3$$



Hình 29.1

Theo giản đồ (hình 29.1), ta có

$$A_{12}^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos\frac{\pi}{4}$$

$$A_{12}^2 = 8^2 + (4\sqrt{2})^2 - 2 \,.\, 8 \,.\, 4\sqrt{2} \,.\, \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$A_{12} = 4\sqrt{2}\ \text{cm} = A_2$$

Vì $A_{12} = A_2$ tức OP = QP và OQP = $\frac{\pi}{4}$ nên ΔOPQ vuông cân tại P.

Suy ra $\vec{A}_{12}$ trùng phương, chiều với $\vec{A}_3$. Do vậy $\vec{A}$ có phương, chiều trùng phương chiều của $\vec{A}_3$, tức có

$$\varphi = \frac{\pi}{4}$$

và $$A = A_{12} + A_3 = 4\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 7\sqrt{2}\ \text{(cm)}.$$

Suy ra, biểu thức của dao động tổng hợp

$$x = 7\sqrt{2}\ \sin\left(3\pi t + \frac{\pi}{4}\right)\ \text{(cm)}.$$

K. ĐẠI CƯƠNG VỀ SÓNG CƠ HỌC

1. Định nghĩa

Sóng cơ học là sự lan truyền dao động đàn hồi trong một môi trường vật chất. Loại sóng mà phương dao động của các phần tử vật chất của môi trường vuông góc với phương truyền sóng, gọi là sóng ngang. Loại sóng mà phương dao động trùng với phương truyền sóng, gọi là sóng dọc.

2. Vận tốc truyền sóng

Gọi Δs là quãng đường sóng truyền được trong thời gian Δt, vận tốc truyền sóng là

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

3. Tần số, chu kì

Các phần tử vật chất của môi trường nơi sóng truyền qua đều dao động với cùng một tần số, bằng tần số của nguồn phát sóng, gọi là tần số sóng f.

Chu kì dao động của các phần tử vật chất

$$T = \frac{1}{f}$$

4. Bước sóng

Bước sóng λ là quãng đường sóng truyền được trong một chu kì

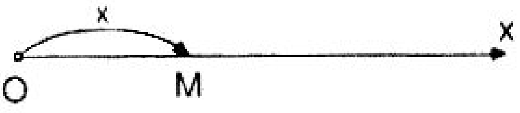
$$\lambda = vT = \frac{v}{f}$$

Với sóng ngang, λ bằng khoảng cách giữa 2 gợn lồi liên tiếp.

5. Biểu thức của sóng

* Biểu thức dao động tại nguồn O

$$\mu_0 = a \sin \omega t$$



Hình K.1

* Biểu thức dao động tại điểm M trên phương truyền sóng, cách O khoảng x (hình K.1)

$$\mu_M = a_M \sin\left(\omega t - 2\frac{x}{\lambda}\right) \left(t \geq \frac{x}{v}\right)$$

6. Độ lệch pha dao động giữa 2 điểm

* Hai điểm M_1 và M_2 trong môi trường có sóng lan truyền, trên cùng một phương truyền, cách nhau khoảng d sẽ dao động lệch pha nhau góc

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{d}{\lambda}.$$

* Dao động tại M_1, M_2 cùng pha khi

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{d}{\lambda} = k\,.\,2\pi$$

$$\Rightarrow\quad d = k\lambda \ (k \in N)$$

* Dao động tại M_1, M_2 ngược pha khi

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{d}{\lambda} = (2k + 1)\pi$$

$$\Rightarrow\quad d = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}.$$

BÀI TẬP

BÀI 30

Khi bắt đầu quan sát, một người thấy một chiếc phao trên mặt biển nhô lên. Sau khi quan sát được 72s người đó thấy chiếc phao nhô lên lần thứ 7 (kể từ lúc bắt đầu quan sát).

1. Tìm tần số dao động của các phần tử vật chất của nước biển.

2. Tìm vận tốc truyền sóng của sóng biển. Biết khoảng cách giữa hai ngọn sóng biển liên tiếp là 8 m.

LỜI GIẢI

1. Tìm tần số dao động

Kể từ lúc chiếc phao trên mặt biển nhô lên lần thứ nhất đến lúc chiếc phao nhô lên lần thứ 7, các phần tử vật chất của nước biển (cũng như chiếc phao) đã thực hiện được 6 chu kì (6 dao động). Thời gian để thực hiện 6 chu kì đó là t = 72s. Suy ra, các phần tử vật chất của nước biển dao động với chu kì

$$T = \frac{t}{6} = \frac{72}{6} = 12\ (s)$$

Tần số dao động

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{12} \approx 0{,}08\ (Hz)$$

2. Tìm vận tốc truyền sóng

Khoảng cách giữa hai ngọn sóng liên tiếp là bước sóng $\lambda = 8$ m

Vận tốc truyền sóng

$$v = \lambda\,.T = 8\ .\ 12 = 96\ (m/s).$$

BÀI 31

Trên mặt thoáng của một chất lỏng yên lặng, ta gây dao động tại O có biên độ 5 cm, chu kì 0,5 s. Vận tốc truyền sóng là v = 40 cm/s.

1. Tính khoảng cách từ đỉnh sóng thứ 3 đến đỉnh sóng thứ 9 kể từ tâm O.

2. Viết phương trình dao động tại O và tại điểm M cách O khoảng 50 cm. Coi biên độ dao động không giảm dần.

3. Tìm những điểm dao động cùng pha và ngược pha với O.

LỜI GIẢI

1. Tính khoảng cách giữa hai ngọn sóng thứ 3 và thứ 9

Bước sóng

$$\lambda = v\ .\ T = 40\ .\ 0{,}5 = 20\ (cm)$$

Giữa ngọn sóng thứ 3 và thứ 9 có 6 bước sóng, vì vậy, khoảng cách giữa chúng là

$$d = 6\lambda = 6\ .\ 20 = 120\ (cm)$$

2. Phương trình dao động tại O và tại M

Chọn gốc thời gian là lúc các phần tử vật chất tại O đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương, khi đó pha ban đầu $\varphi = 0$, phương trình dao động tại O có dạng

$$\mu = a \sin \omega t$$

Trong đó, biên độ a = 5 cm

Tần số góc

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,5} = 4\pi \ 9\text{rad/s})$$

Suy ra $\mu = 5 \sin 4\pi t$ (cm)

Dao động tại M chậm pha hơn dao động tại O góc

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{d}{\lambda} = 2\pi\frac{50}{20} = 5\pi$$

Vì vậy, phương trình dao động tại M

$$\mu_M = 5 \sin (4\pi t - 5\pi) \text{ (cm)}$$

với $t \geq \frac{d}{v} = \frac{50}{40} = 1,25$ (s)

So sánh pha dao động tại M với pha dao động tại O ta thấy dao động tại M ngược pha với dao động tại O.

3. Xác định những điểm dao động cùng pha, ngược pha với O

Những điểm dao động cùng pha với O cách O khoảng

$$d = k\lambda = 20\,k \text{ (cm)},$$

với k = 1, 2, 3...

Những điểm dao động ngược pha với O cách O khoảng

$$d = (2k + 1)\frac{\lambda}{2} = 10\,(2k + 1) \text{ (cm)},$$

với k = 0, 1, 2...

BÀI 32

Một sóng truyền trong một môi trường làm cho các điểm của môi trường dao động. Biết phương trình dao động của các điểm trong môi trường có dạng

$$\mu = 4 \sin \left(\frac{\pi}{3} t + \alpha\right) \text{ (cm)}$$

1. Tính vận tốc truyền sóng. Biết bước sóng $\lambda = 240$ cm.

2. Tính độ lệch pha ứng với cùng một điểm sau khoảng thời gian 1 s.

3. Tìm độ lệch pha dao động của 2 điểm cách nhau 210 cm theo phương truyền vào cùng một thời điểm.

4. Li độ của một điểm ở thời điểm t là 3 cm. Tìm li độ của nó sau đó 12 s.

LỜI GIẢI

1. Tính vận tốc truyền sóng

Chu kì của sóng

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{3}} = 6 \text{ (s)}$$

Vận tốc truyền sóng

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{240}{6} = 40 \text{ (cm/s)}$$

2. Độ lệch pha sau 1s

Ở thời điểm t_o, pha dao động của một điểm nào đó là $(\frac{\pi}{3} t_o + \alpha)$. Sau đó 1s tức ở thời điểm $(t_o + 1)$ pha dao động của nó sẽ là $[\frac{\pi}{3}(t_o + 1) + \alpha]$

Như vậy, độ lệch pha sau 1s

$$\Delta\varphi_1 = [\frac{\pi}{3}(t_o + 1) + \alpha] - (\frac{\pi}{3}t_o + \alpha) = \frac{\pi}{3}$$

3. Độ lệch pha giữa hai điểm cách nhau 210 cm

$$\Delta\varphi_1 = 2\pi\frac{d}{\lambda} = 2\pi\frac{210}{240} = \frac{7\pi}{4}$$

4. Tìm li độ sau 12 s

Ở thời điểm t, li độ của một điểm là 3 cm. Sau đó 12 s tức sau 2 chu kì, điểm này sẽ ở trạng thái như ở thời điểm t, nghĩa là lại có li độ $\mu = 3$ cm.

L. GIAO THOA SÓNG CƠ

1. Nguồn kết hợp, sóng kết hợp

Hai nguồn dao động cùng tần số, cùng pha hoặc với độ lệch pha không đổi gọi là hai nguồn kết hợp và sóng mà chúng tạo ra gọi là sóng kết hợp.

2. Hiện tượng giao thoa

Cho hai nguồn kết hợp A và B cùng dao động với phương trình

$$\mu_A = \mu_B = a\sin\omega t$$

Xét điểm M cách A khoảng d_1, cách B khoảng d_2.

Dao động từ A truyền tới M có dạng

$$\mu_{1M} = a_{1M}\sin(\omega t - 2\pi\frac{d_1}{\lambda})$$

Dao động từ B truyền tới M, có dạng

$$\mu_{2M} = a_{2M}\sin(\omega t - 2\pi\frac{d_2}{\lambda})$$

Tại M, hai dao động tới nói trên lệch pha nhau góc

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{d_2 - d_1}{\lambda}$$

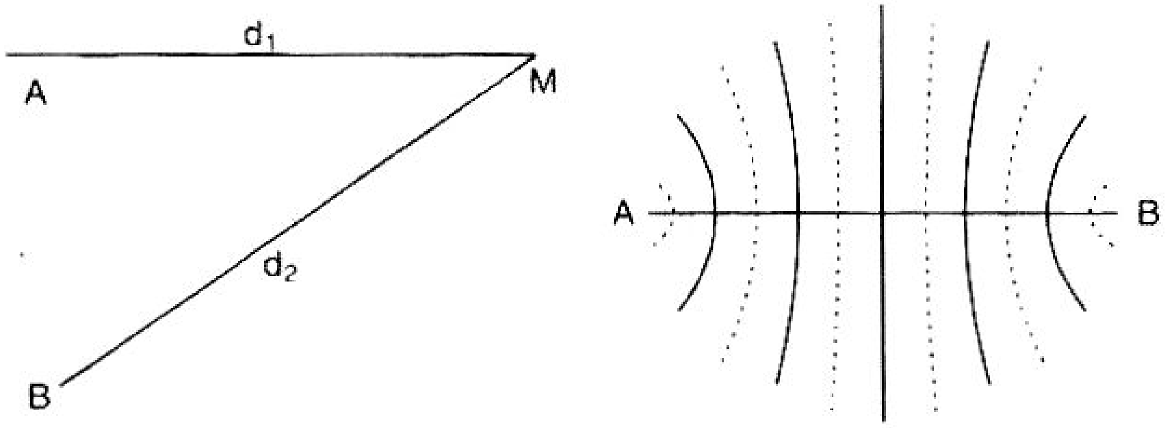
($d_2 - d_1$ là hiệu đường đi từ hai nguồn tới M):

* Tại những điểm có

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{d_2 - d_1}{\lambda} = k.\,2\pi$$

hay $$d_2 - d_1 = k\lambda$$

hai dao động tới cùng pha, biên độ sóng được tăng cường, đó là các điểm dao động mạnh nhất trong môi trường. Quỹ tích của các điểm này là các hypebol nhận A, B làm tiêu điểm (hình L.1). Các hypebol này gọi là các đường dao động mạnh hay các cực đại (trong đó có trung trực của AB, ứng với $d_2 - d_1 = k\lambda = 0$).



Hình L.1

* Tại những điểm có

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{d_2 - d_1}{\lambda} = (2k+1)\pi$$

hay $$d_2 - d_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

hai dao động tới ngược pha, biên độ sóng bị giảm bớt đó là các điểm dao động yếu nhất trong môi trường. Quỹ tích các điểm này là các hypebol (dao động yếu) nhận A, B là tiêu điểm.

Hiện tượng trên gọi là hiện tượng giao thoa. Vậy, giao thoa là sự tổng hợp của hai hay nhiều sóng kết hợp trong không gian, trong đó có những chỗ cố định mà biên độ sóng được tăng cường hay giảm bớt.

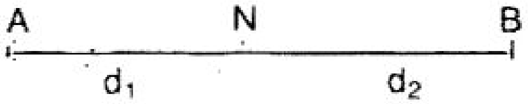
3. Tìm số đường dao động mạnh (dãy cực đại), số đường dao động yếu (dãy cực tiểu) trong môi trường

Các đường dao động cực đại, cực tiểu là họ các hypebol có tiêu điểm là A, B nên đỉnh của các hypebol này nằm trên AB. Do vậy, số đường dao động cực đại (hoặc cực tiểu) sẽ bằng số các điểm dao động cực đại (hoặc cực tiểu) có trên AB.

a. Tìm số điểm dao động cực đại trên AB

Điểm N trên AB (hình L.2) là điểm dao động cực đại, nếu

$$d_2 - d_1 = k\lambda \ (k \in Z) \qquad (1)$$



Hình L.2

Mặt khác $d_2 + d_1 = AB$ (2)

Lấy (2) trừ cho (1), ta được

$$2\,d_1 = AB - k\lambda \ \text{hay}\ d_1 = \frac{AB}{2} - \frac{k\lambda}{2} \qquad (3)$$

mà $$0 < d_1 < AB$$

nên $$0 < \frac{AB}{2} - \frac{k\lambda}{2} < AB \Rightarrow -\frac{AB}{2} < \frac{k\lambda}{2} < \frac{AB}{2}$$

$$\Rightarrow -\frac{AB}{\lambda} < k < \frac{AB}{\lambda} \qquad (4)$$

Số các điểm dao động cực đại (số các đường dao động mạnh) bằng số các giá trị của k ($k \in Z$) thoả mãn (4)

Vị trí các điểm dao động cực đại trên AB xác định từ (3)

b) Tìm số điểm dao động cực tiểu trên AB

Cách làm tương tự khi tìm các điểm dao động cực đại. Chỉ cần chú ý rằng, với các điểm dao động cực tiểu thì

$$d_2 - d_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}.$$

BÀI TẬP

BÀI 33

Trong một thí nghiệm về giao thoa trên mặt một chất lỏng, hai nguồn kết hợp A, B dao động với tần số f = 50 Hz, khoảng cách giữa A và B là 20 cm. Vận tốc truyền sóng trên mặt chất lỏng là v = 3 m/s.

1. Tìm số đường dao động cực đại, số đường dao động cực tiểu quan sát được trên mặt chất lỏng.

2. Xác định vị trí của các điểm dao động cực đại và vị trí các điểm dao động cực tiểu trên đoạn AB.

LỜI GIẢI

1. Tìm số đường dao động cực đại, cực tiểu

Bước sóng

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{300}{50} = 6 \text{ (cm)}.$$

Lấy điểm N trên đoạn AB (hình 33.1) L là điểm dao động cực đại nếu

Hình 33.1

$$BN - AN = k\lambda$$

$$= 6k \text{ (cm) } (k \in Z)$$

Mặt khác $BN + AN = AB = 20 \text{ (cm)}$

Suy ra $2. AN = 20 - 6k$

$$\Rightarrow AN = 10 - 3k \text{ (cm)}$$

mà $0 < AN < AB = 20 \text{ (cm)}$

$$\Rightarrow 0 < 10 - 3k < 20$$

$$\Rightarrow -\frac{10}{3} < k < \frac{10}{3}$$

$$\Rightarrow \quad -3{,}33 < k < 3{,}33$$

Có 7 giá trị của $k \in Z$ thoả mãn (2) ($k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$) tức là có 7 điểm dao động cực đại trên đoạn AB. Suy ra, có 7 đường dao động mạnh trong môi trường.

Tìm số đường dao động cực tiểu

Điểm N trên đoạn AB là điểm dao động cực tiểu nếu

$$BN - AN = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$$

$$= 3\,(2k + 1)\ (cm)\ (k \in Z)$$

Mặt khác $\quad BN + AN = AB = 20\ (cm)$

Suy ra $\quad 2\,AN = 20 - 3\,(2k + 1) = 17 - 6k$

$$\Rightarrow \quad AN = 8{,}5 - 3k\ (cm)$$

mà $\quad 0 < AN < AB = 20\ cm$

$$\Rightarrow \quad 0 < 8{,}5 - 3k < 20$$

$$\Rightarrow \quad -3{,}8 < k < 2{,}8$$

Có 6 giá trị của $k \in Z$ thoả mãn (4) ($k = -3, -2, -1, 0, 1, 2$) tức là có 6 điểm dao động cực tiểu trên đoạn AB, suy ra có 6 đường dao động cực tiểu trong môi trường.

2. Xác định vị trí các điểm dao động cực đại, cực tiểu trên AB

Theo kết quả ở câu 1

* Các điểm dao động cực đại cách A khoảng d_1 xác định theo (1) tức là

$$d_1 = AN = 10 - 3k\ (cm)$$

với $k = 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3$.

* Các điểm dao động cực tiểu cách A khoảng d_1 xác định theo (3)

$$d_1 = AN = 8{,}5 - 3k\ (cm)$$

với $k = 2, 1, 0, -1, -2, -3$.

Ta nhận thấy khoảng cách giữa hai điểm dao động cực đại liên tiếp bằng khoảng cách giữa hai điểm dao động cực tiểu liên tiếp và bằng $3\text{cm} = \frac{\lambda}{2}$.

BÀI 34

Trong một thí nghiệm về giao thoa sóng trên mặt nước, hai nguồn kết hợp A, B dao động với tần số f = 16Hz. Tại một điểm M cách nguồn A khoảng $d_1 = 30$ cm, nguồn B khoảng $d_2 = 25{,}5$ cm, sóng có biên độ cực đại. Giữa M và trung trực của AB có hai dãy cực đại khác. Tính vận tốc truyền sóng trên mặt nước.

LỜI GIẢI

Vì điểm M dao động cực đại nên với điểm M, ta có

$$d_1 - d_2 = k\lambda \quad (k \in Z)$$

Do dãy cực đại ứng với k = 0 ($d_1 - d_2 = 0$) chính là trung trực của AB mà giữa M và trung trực này có hai dãy cực đại khác, đồng thời do $d_1 > d_2$, suy ra M nằm trên dãy cực đại ứng với k =3. Nghĩa là

$$d_1 - d_2 = 3\lambda$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{d_1 - d_2}{3} = \frac{30 - 25{,}5}{3} = 1{,}5 \text{ (cm)}$$

Vận tốc truyền sóng trên mặt nước

$$v = \lambda f = 1{,}5 \,.\, 16 = 24 \text{ (cm/s)}.$$

BÀI 35

Mũi nhọn gắn vào một âm thoa chạm nhẹ vào mặt nước yên lặng trong một cái bể lớn, âm thoa dao động với tần số 440Hz

1. Gợn sóng do âm thoa tạo trên mặt nước có hình gì? Khoảng cách giữa hai ngọn sóng liên tiếp là 2 mm. Tính vận tốc truyền sóng.

2. Gắn vào một trong hai nhánh của âm thoa một mẩu dây thép nhỏ uốn thành hình chữ U có khối lượng không đáng kể. Đặt âm thoa sao cho hai đầu chữ U là A và B chạm nhẹ vào mặt nước rồi cho âm thoa dao động thì gợn sóng trên mặt nước có hình gì? Cho biết khoảng cách giữa hai đầu chữ U là AB = 4 cm, tính số gợn sóng quan sát được trên đoạn thẳng AB. Coi biên độ sóng tại một điểm bất kì trên phương truyền sóng bằng biên độ dao động của nguồn sóng.

3. Gọi M_1, M_2 là hai điểm trên mặt nước mà khoảng cách tới hai đầu chữ U lần lượt là $M_1A = d_1 = 3{,}25$ cm, $M_1B = d_2 = 6{,}75$ cm và $M_2A = d'_1 = 3{,}3$ cm; $M_2B = d'_2 = 6{,}7$ cm. Trạng thái dao động tại hai điểm đó so với trạng thái dao động tại hai đầu chữ U có gì đáng chú ý?

4. Giả sử vận tốc truyền sóng trên mặt nước không đổi và âm thoa được kích thích cho dao động cưỡng bức với tần số lớn gấp p lần tần số dao động riêng của nó. Số các gợn sóng trong câu 2 sẽ thay đổi thế nào?

(Trích "Đề thi tuyển sinh" môn Vật lí, Nxb. Giáo dục, 1994)

LỜI GIẢI

1. Gợn sóng có hình gì? Tính v

Gợn sóng là những gợn tròn lồi, lõm đồng tâm tại điểm nhọn của âm thoa chạm vào mặt nước, lan rộng trên mặt nước. Vận tốc truyền sóng

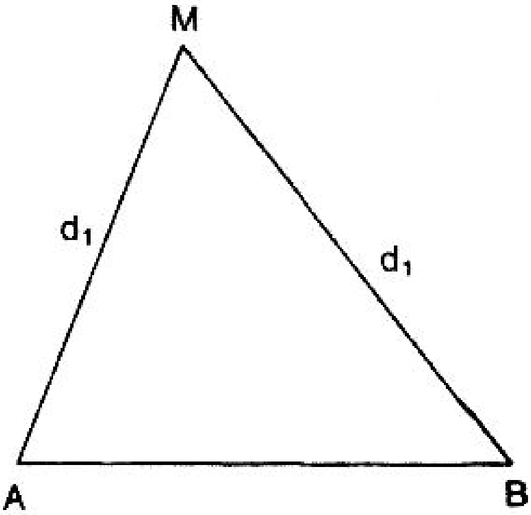
$$v = \lambda.f = 2.\,10^{-3}.440 = 0{,}88\ (\text{m/s}).$$

2. Gợn sóng có hình gì?

Lấy một điểm M trên mặt nước cách A khoảng d_1, cách B khoảng d_2 (hình 35.1). Chọn gốc thời gian thích hợp để biểu thức dao động tại A và B có dạng $\mu_A = \mu_B = a\sin 2\pi ft$. Các dao động thành phần tại M do sóng từ A và B truyền tới lần lượt là

$$\mu_{1M} = a\sin\left(2\pi ft - 2\pi\frac{d_1}{\lambda}\right)$$

$$\mu_{2M} = a\sin\left(2\pi ft - 2\pi\frac{d_2}{\lambda}\right)$$



Hình 35.1

Dao động tổng hợp tại M

$$\mu_M = \mu_{1M} + \mu_{2M}$$

$$\Rightarrow \quad \mu_M = 2a.\cos\pi\frac{d_2 - d_1}{\lambda}.\sin\left(2\pi ft - \pi\frac{d_1 + d_2}{\lambda}\right) \quad (1)$$

Phương trình trên cho thấy M dao động với biên độ

$$A = 2a\left|\cos\pi\frac{d_2 - d_1}{\lambda}\right|$$

Những gợn sóng quan sát được là các đường dao động mạnh, đó là tập hợp của các điểm dao động cực đại. Những điểm dao động cực đại có biên độ A = 2a. Khi đó

$$\cos\pi\frac{d_2 - d_1}{\lambda} = \pm 1$$

$$\Rightarrow \quad \pi\frac{d_2 - d_1}{\lambda} = k\pi \quad (k \in Z)$$

hay $$d_2 - d_1 = k\lambda \quad (2)$$

Từ (2), ta suy ra quỹ tích của các điểm dao động cực đại (tức là các gợn sóng) là một họ các hypebol nhận A và B làm tiêu điểm.

- *Tìm số gợn sóng quan sát được*

Lấy điểm N trên đoạn AB. N sẽ là điểm dao động cực đại nếu

$$d_2 - d_1 = k\lambda = 2k \text{ (mm)}$$

Mặt khác $d_2 + d_1 = AB = 40$ (mm)

Suy ra $2d_1 = 40 - 2k$ hay $d_1 = 20 - k$ (mm)

mà $0 < d_1 < 40$ mm

$\Rightarrow 0 < 20 - k < 40$

$\Rightarrow -20 < k < 20$

Có 39 giá trị của $k \in Z$ trong khoảng trên, tức là có 39 điểm dao động cực đại trên đoạn AB, nghĩa là quan sát được 39 gợn sóng.

3. Xét trạng thái dao động của M_1, M_2

Với điểm M_1: Thay các giá trị của d_1, d_2 và λ vào (1) ta được phương trình dao động của M_1

$$\mu_{M_1} = 2a\cos\frac{35\pi}{2}\sin(2\pi ft - 50\pi)$$

$$\Rightarrow \mu_{M_1} = 2a\cos\frac{3\pi}{2}\sin(2\pi ft)$$

$$\Rightarrow \mu_{M_1} = 0.$$

Suy ra, M_1 là một điểm đứng yên.

Với điểm M_2: Tương tự như trên, ta có

$$\mu_{M_2} = 2a\cos 17\pi\ \sin(2\pi ft - 50\pi)$$

$$\Rightarrow \mu_{M_2} = 2a\cos\pi\ \sin 2\pi ft$$

$$\Rightarrow \mu_{M_2} = -2a\sin 2\pi ft.$$

Suy ra, M_2 dao động ngược pha với A và B nhưng có biên độ bằng 2 lần biên độ dao động của A và B.

4. Số gợn sóng thay đổi thế nào?

Với tần số $f' = pf$ thì bước sóng sẽ là

$$\lambda' = \frac{v}{f'} = \frac{\lambda}{p}$$

Lúc này, N là điểm dao động cực đại nếu

$$d_2 - d_1 = k\lambda' = k\frac{\lambda}{p} = \frac{2k}{p} \text{ (mm)}$$

Mặt khác $d_2 + d_1 = AB = 40$ (mm)

Suy ra $2d_1 = 40 - \frac{2k}{p}$

hay $d_1 = 20 - \frac{k}{p}$ (mm)

mà $0 < d_1 < 40$ (mm)

$$\Rightarrow 0 < 20 - \frac{k}{p} < 40$$

$$\Rightarrow -20p < k < 20p$$

Có 40p −1 giá trị của $k \in Z$ trong khoảng trên, nên lúc này số gợn sóng quan sát được là 40p −1 gợn.

M. SÓNG DỪNG

1. Định nghĩa

Khi một sóng tới và sóng phản xạ của nó (hai sóng kết hợp) cùng truyền theo một phương, chúng sẽ giao thoa với nhau có những điểm đứng yên, không dao động, gọi là những điểm nút; có những điểm dao động với biên độ cực đại gọi là những điểm bụng. Vị trí các điểm nút và các điểm bụng là cố định. *Sóng có các điểm nút và các điểm bụng cố định trong không gian gọi là sóng dừng.*

Như vậy, sự giao thoa của hai sóng kết hợp truyền trên cùng một phương nhưng ngược chiều sẽ cho ta sóng dừng.

Các điểm nút và các điểm bụng xen kẽ, cách đều nhau. Khoảng cách giữa 2 điểm bụng hoặc 2 điểm nút liền nhau đều bằng $\frac{\lambda}{2}$.

2. Điều kiện để có sóng dừng

Để có sóng dừng với hai đầu là 2 nút, khoảng cách giữa hai đầu đó phải là

$$l = k\frac{\lambda}{2} \quad (k \in Z^+)$$

Để có sóng dừng với một đầu là nút, một đầu là bụng, khoảng cách giữa hai đầu đó phải là

$$l = k\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} \quad (k \in N).$$

BÀI TẬP

BÀI 36

Dây AB treo lơ lửng, đầu trên A gắn vào âm thoa dao động với tần số f = 100 Hz. Vận tốc truyền sóng trên dây là 4m/s.

1. Chiều dài dây là 80 cm, trên dây có sóng dừng không?

2. Nếu chiều dài dây là 21 cm, ta thấy trên dây có sóng dừng

a) Xác định số nút và số bụng sóng khi đó.

b) Giả sử chiều dài dây vẫn là 21 cm, để trên dây có sóng dừng với 8 bụng sóng thì tần số dao động của âm thoa phải là bao nhiêu?

LỜI GIẢI

1. Trên dây có sóng dừng không

Khi có sóng dừng trên dây, đầu A gắn vào âm thoa dao động với biên độ của nguồn, thường rất nhỏ, nên A rất gần một nút sóng. Một cách gần đúng ta coi A là nút. Trong khi đầu B tự do. khi có sóng dừng B là điểm bụng. Vì vậy, lúc có sóng dừng, chiều dài dây phải là

$$l = k\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4}, \text{ với } k \in N$$

Với $\quad l = 80$ cm; $\quad \lambda = \frac{v}{f} = \frac{400}{100} = 4$ (cm),

ta có $\quad 80 = 2k + 1$

Suy ra $\quad k = 39,5$

Vậy trên dây không có sóng dừng (do $k \notin N$)

2. a) Tìm số nút và số bụng

Khi chiều dài dây là 21 cm, ta có

$$l = k\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} = 21 \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow 2k + 1 = 21$$

$$\Rightarrow k = 10.$$

Lúc này dây rung thành 10 bó nguyên, mỗi bó dài $\lambda/2$, và nửa bó dài $\frac{\lambda}{4}$. Suy ra trên dây có 11 bụng, 11 nút.

b) Tìm tần số dao động của âm thoa

Khi trên dây có sóng dừng với 8 bụng (k = 7), âm thoa phải dao động với tần số f'. Khi đó, ta có

$$l = k\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} = (k + \frac{1}{2})\frac{\lambda}{2} = (k + \frac{1}{2})\frac{v}{2f'}$$

$$\Rightarrow f' = (k + \frac{1}{2})\frac{v}{2l} = (7 + \frac{1}{2})\frac{400}{2.21}$$

$$\Rightarrow f' \approx 71,4 \text{ Hz}.$$

BÀI 37

Một sợi dây OA dài l, đầu A cố định, đầu O dao động điều hòa có phương trình $\mu_o = a \sin 2\pi ft$.

1. Viết phương trình dao động của điểm M cách A một khoảng bằng d, do sự giao thoa của sóng tới và sóng phản xạ từ A. Biết vận tốc truyền sóng là v và biên độ sóng giảm không đáng kể.

2. Xác định vị trí của các nút sóng. Tính khoảng cách giữa hai nút sóng kế tiếp.

3. Xác định vị trí của các bụng sóng. Tính bề rộng của một bụng sóng. Áp dụng bằng số l = 64 cm; a = 0,75 cm; f = 250 Hz; v = 80 m/s.

(Trích "Đề thi tuyển sinh" môn Vật lí, Nxb. Giáo dục, 1994)

LỜI GIẢI

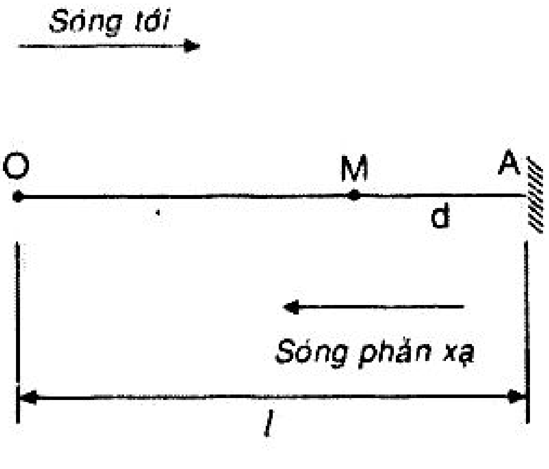
1. Viết phương trình dao động tại M

Dao động tại M do sóng tới truyền đến có phương trình

$$\mu_{1M} = a\sin\left(2\pi ft - 2\pi\frac{l-d}{\lambda}\right)$$

Dao động tại A do sóng tới truyền đến có phương trình

$$\mu_{1A} = a\sin\left(2\pi ft - 2\pi\frac{l}{\lambda}\right)$$



Hình 37.1

Vì A là vật cản cố định nên sóng phản xạ tại A luôn ngược pha với sóng tới tại A. Do đó phương trình dao động tại A gây ra bởi sóng phản xạ

$$\mu_{2A} = -a\sin\left(2\pi ft - 2\pi\frac{l}{\lambda}\right)$$

Phương trình dao động tại M do sóng phản xạ truyền đến

$$\mu_{2M} = -a\sin\left(2\pi ft - 2\pi\frac{l}{\lambda} - 2\pi\frac{d}{\lambda}\right)$$

$$\mu_{2M} = -a\sin\left(2\pi ft - 2\pi\frac{l+d}{\lambda}\right)$$

Phương trình dao động tổng hợp tại M

$$\mu_M = \mu_{1M} + \mu_{2M}$$

$$\mu_M = 2a\sin 2\pi\frac{d}{\lambda}\cos\left(2\pi ft - 2\pi\frac{l}{\lambda}\right)$$

với $\lambda = \frac{v}{f}$, ta có

$$\mu_M = 2a\sin 2\pi f\frac{d}{v}\cos\left(2\pi ft - 2\pi f\frac{l}{v}\right). \qquad (1)$$

Áp dụng với $l = 64$ cm; $a = 0{,}75$ cm; $f = 250$ Hz; $v = 8.10^3$ cm/s, ta được

$$\mu_M = 2\,.\,0{,}75\sin 500\pi\frac{d}{8.10^3}\,.\cos\left(500\pi t - 500\pi\frac{64}{8.10^3}\right)$$

$$\mu_M = 1{,}5\sin\frac{\pi}{16}d\,.\cos(500\pi t - 4\pi)\ \text{(cm)}.$$

2) Xác định vị trí các nút

Phương trình (1), cho thấy điểm M trên dây cách A khoảng d dao động với biên độ

$$A = 2a\left|\sin 2\pi f\frac{d}{v}\right|$$

Tại các nút sóng A = 0, suy ra

$$\sin 2\pi f\frac{d}{v} = 0$$

$$\Rightarrow\ 2\pi f\frac{d}{v} = k\pi$$

$$\Rightarrow\ d = k.\frac{v}{2f} = k\frac{\lambda}{2}.$$

Áp dụng bằng số, ta có

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{8.10^3}{250} = 32 \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow \quad d = 16k \text{ (cm)}.$$

Hai nút liên tiếp cách nhau khoảng $\frac{\lambda}{2} = 16$ (cm).

3) Xác định vị trí các bụng

Tại các bụng sóng, ta có

$$A = 2a \rightarrow \sin 2\pi f\frac{d}{v} = \pm 1$$

$$\Rightarrow \quad 2\pi f\frac{d}{v} = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \quad d = (k + \frac{1}{2})\frac{v}{2f} = (k + \frac{1}{2})\frac{\lambda}{2}.$$

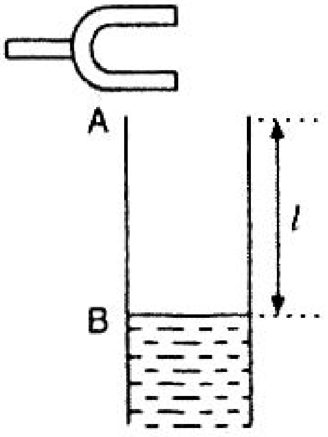
với $\lambda = 32$ cm, ta được

$$d = (k + \frac{1}{2})\frac{32}{2} = (k + \frac{1}{2}).16 \text{ (cm)}$$

Bề rộng của một bụng

$$2A = 4a = 4.\ 0{,}75 = 3 \text{ (cm)}.$$

BÀI 38



Hình 38.1

Một âm thoa đặt trên miệng của một ống khí hình trụ AB, chiều dài l của ống có thể thay đổi được nhờ dịch chuyển mực nước ở đầu B (hình 38.1). Khi âm thoa dao động nó phát ra một âm cơ bản, ta thấy trong ống khí có một sóng dừng ổn định.

1. Hãy giải thích hiện tượng trên?

2. Khi chiều dài ống thích hợp ngắn nhất $l_0 = 13$ cm thì âm là to nhất. Tìm tần

số dao động của âm thoa, biết rằng với ống khí này đầu B kín là một nút sóng, đầu A hở là một bụng sóng. Vận tốc truyền âm là 340 m/s.

3. Khi dịch chuyển mực nước ở đầu B để cho chiều dài $l = 65$ cm ta lại thấy âm là to nhất (lại có cộng hưởng âm). Tìm số bụng sóng trong phần ở giữa hai đầu A, B của ống.

(Trích "Đề thi tuyển sinh" môn Vật lí, Nxb. Giáo dục 1994)

LỜI GIẢI

1. Lời giải thích hiện tượng

Khi âm thoa rung, âm thoa trở thành nguồn phát sóng âm vào cột không khí AB. Khi gặp mặt thoáng ở đầu B sóng âm bị phản xạ trở lại và thoát ra khỏi miệng ống. Sóng tới và sóng phản xạ của nó là hai sóng kết hợp. Vì vậy, trong ống khí AB xảy ra sự giao thoa của 2 sóng kết hợp truyền cùng phương nhưng ngược chiều, cho ta sóng dừng có những điểm dao động với biên độ cực đại, đó là bụng sóng; có những điểm đứng yên, đó là nút sóng.

2. Tìm tần số dao động

Lúc nghe được âm to nhất là lúc sóng dừng trong ống phân bố sao cho B là một nút (B luôn luôn là nút), còn miệng A của ống là một bụng. Khi nghe được âm to nhất ứng với chiều dài ngắn nhất $l_0 = 13$ cm thì A là một bụng và B là một nút gần A nhất. Vì vậy, ta có

$$l_0 = \frac{\lambda}{4},$$

suy ra $$\lambda = 4\,l_0 = 4\,.\,13 = 52\ (\text{cm}).$$

Tần số dao động của âm thoa

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{0{,}52} \approx 653{,}85\ (\text{Hz}).$$

3. Tìm số bụng

Khi l = 65 cm lại thấy âm to nhất tức là lại có sóng dừng với B là nút, A là bụng. Gọi k là số bụng sóng có trong khoảng AB khi đó (không kể bụng A). Lúc này ta có

$$l = k\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4}$$

Thay số l = 65 cm, $\lambda = 52$ cm vào biểu thức trên ta được

$$65 = k\ \frac{52}{2} + \frac{52}{4} \rightarrow k = \frac{65-13}{26} = 2$$

Vậy trong phần giữa AB có 2 điểm bụng (không kể bụng A).

Phần II

MỘT SỐ BÀI TẬP MỞ RỘNG, HAY VÀ KHÓ

BÀI 1

Một chất điểm dao động điều hòa quanh vị trí cân bằng O, trên quỹ đạo MN = 20 cm (hình II.1). Thời gian để chất điểm đi từ M đến N là 1s. Chọn O làm gốc tọa độ, chiều dương tọa độ hướng từ M đến N. Chọn gốc thời gian là lúc vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương.

1.Viết phương trình dao động của vật.

2. Tìm quãng đường mà chất điểm đã đi qua sau 9,5 s kể từ lúc t = 0.

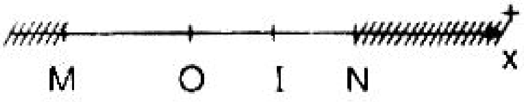
3. Tìm thời gian chất điểm đi từ I đến N, với I là trung điểm của ON.

LỜI GIẢI

1. Viết phương trình dao động

Biên độ

$$A = \frac{MN}{2} = \frac{20}{2} = 10\ (\text{cm}).$$



Hình II.1

Chu kì

$$T = 2\,t_{MN} = 2.1 = 2\ (\text{s})$$

Tần số góc

$$\omega = 2\frac{\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi\ (\text{rad/s})$$

Lúc t = 0, ta có

$$\begin{cases} x_0 = A\sin\varphi = 0 \\ v_0 = \omega A\cos\varphi > 0 \end{cases}$$

Giải hệ trên cho ta $\sin\varphi = 0$ và $\cos\varphi > 0$

Suy ra $\varphi = 0$

Vậy, phương trình dao động của vật là

$$x = 10\sin\pi t \text{ (cm)}.$$

2. Tìm quãng đường đi được sau 9,5 s

Theo tính chất của dao động điều hòa, kể từ lúc vật đi qua vị trí cân bằng (lúc t = 0) thì cứ sau một phần tư chu kì ($\frac{T}{4}$) vật sẽ đi được quãng đường bằng biên độ A.

Suy ra, trong khoảng thời gian 9,5 s tức $19\frac{T}{4}$ s vật đi được quãng đường

$$S = 19 . A = 19 . 10 = 190 \text{ (cm)}.$$

3. Tìm thời gian đi từ I đến N

Khi chất điểm đi qua điểm I (trung điểm của ON), ta có

$$x = A\sin\omega t = \frac{A}{2}$$

$$\Rightarrow \sin\omega t = \frac{1}{2}.$$

Gọi t_1 là thời gian đi từ O đến I, ta được

$$\omega t_1 = \frac{\pi}{6}$$

hay $$\frac{2\pi}{T}t_1 = \frac{\pi}{6}$$

Suy ra $$t_1 = \frac{1}{12}T.$$

Thời gian chất điểm đi từ O đến là N

$$t_2 = \frac{1}{4}T.$$

Thời gian chất điểm đi từ I đến N

$$t_{IN} = t_2 - t_1 = \frac{1}{4}T - \frac{1}{12}T = \frac{1}{6}T$$

$$t_{IN} = \frac{1}{6}.2 = \frac{1}{3}\ (s).$$

BÀI 2

Xét một hệ quả cầu và lò xo đang dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Chu kì dao động của hệ là T = 1s. Nếu chọn chiều dương của tọa độ hướng xuống và điểm gốc của tọa độ là vị trí cân bằng O thì sau khi hệ bắt đầu dao động được 2,5 s, quả cầu ở tọa độ $x = -5\sqrt{2}$ cm, đi theo chiều âm của quỹ đạo và vận tốc đạt giá trị $10\pi\sqrt{2}$ cm/s.

1. Viết phương trình dao động của hệ.

2. Gọi M và N lần lượt là vị trí thấp nhất và cao nhất của quả cầu. Gọi P là trung điểm của đoạn OM và Q là trung điểm của đoạn ON. Hãy tính vận tốc trung bình của quả cầu trên đoạn đường từ P tới Q.

3. Tính lực đàn hồi (sức căng) của lò xo lúc hệ bắt đầu dao động và sau khi bắt đầu dao động được 2,5 s. Biết rằng lực kéo đàn hồi nhỏ nhất của lò xo trong quá trình dao động bằng 6 Niutơn.

Lấy $\pi^2 \approx 10$; $g = 10\ m/s^2$.

(Trích "Đề thi tuyển sinh", Đại học Bách khoa Tp. Hồ Chí Minh, 1990).

LỜI GIẢI

1. Viết phương trình dao động

Tần số góc của dao động

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi \text{ (rad/s)}$$

Từ hệ thức độc lập $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$ ta suy ra

$$A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}}$$

$$= \sqrt{\left(-5\sqrt{2}\right)^2 + \frac{\left(10\pi\sqrt{2}\right)^2}{(2\pi)^2}} = 10 \text{ (cm).}$$

Như vậy, phương trình dao động của vật có dạng

$$x = 10\sin(2\pi t + \varphi) \text{ (cm)}$$

Ở thời điểm t = 2,5 s, ta được

$$x = 10\sin(2\pi.2,5 + \varphi) = -5\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \sin(5\pi + \varphi) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Vì chu kì T = 1s nên ở thời điểm t = 2,5 s vật đã thực hiện được 2,5 chu kì, tức pha dao động đã tăng lên được 5π so với thời điểm ban đầu. Suy ra

$$5\pi + \varphi = 5\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}.$$

Vậy phương trình dao động là

$$x = 10\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ (cm).}$$

2. *Tính vận tốc trung bình trên đoạn PQ*

Nếu lấy gốc thời gian là lúc quả cầu đi qua P theo chiều âm tọa độ (hình II.2), thì khi t = 0, ta có

$$\begin{cases} x_o = A\sin\varphi_1 = 10\sin\varphi_1 = 5 \text{ (cm)} \\ v_o = \omega A\cos\varphi_1 < 0 \end{cases}$$

Hệ trên cho ta

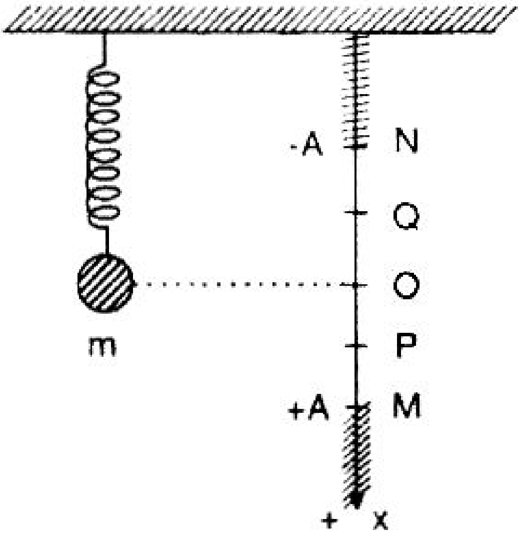
$$\sin\varphi_1 = \frac{1}{2} \text{ và } \cos\varphi_1 < 0$$

Suy ra

$$\varphi_1 = \frac{5\pi}{6}.$$

Lúc này ta có phương trình

$$x = 10\sin(2\pi t + \frac{5\pi}{6}) \text{ (cm)}$$



Hình II.2

Gọi t_1 là thời gian đi từ P tới Q thì ở thời điểm t_1 phương trình trên trở thành

$$x_Q = 10\sin(2\pi t_1 + \frac{5\pi}{6}) = -5$$

$$\Rightarrow \sin(2\pi t_1 + \frac{5\pi}{6}) = -\frac{1}{2}$$

Suy ra $$2\pi t_1 + \frac{5\pi}{6} = \pi + \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow 2\pi t_1 = \frac{2\pi}{6} \rightarrow t_1 = \frac{1}{6} \text{ s}$$

Vận tốc trung bình trên đoạn PQ là

$$\bar{v} = \frac{PQ}{t_1} = \frac{10}{1/6} = 60 \text{ (cm/s)}.$$

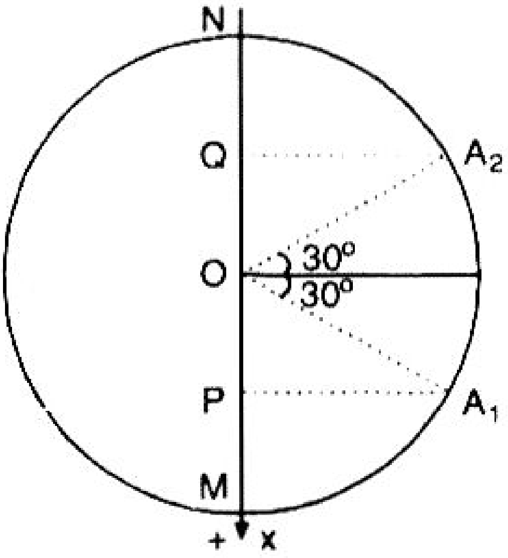
Lưu ý:

Có thể tìm thời gian vật đi từ P đến Q dựa vào tính chất dao động điều hòa có thể coi như hình chiếu của một chuyển động tròn đều xuống một trục trong mặt phẳng quỹ đạo (hình II.3). Khi đó, thời gian t_1 vật đi từ P đến Q là thời gian vật chuyển động tròn đều đi được từ A_1 đến A_2, tức là quay được góc

$$\widehat{A_1OA_2} = 60^\circ = \frac{360^\circ}{6}$$

Suy ra

$$t_1 = \frac{T}{6} = \frac{1}{6}\ (s).$$



Hình II.3

3. Tính lực căng τ ở thời điểm t = 0 và t = 2,5 s

Gọi Δl là độ giãn của lò xo lúc vật ở vị trí cân bằng thì trị số của lực căng τ khi vật ở tọa độ x là

$$\tau = k(\Delta l + x) = k\Delta l + kx = mg + kx \qquad (1)$$

Vì lực kéo đàn hồi nhỏ nhất của lò xo trong quá trình dao động là 6N, suy ra, trong suốt quá trình dao động lò xo luôn bị giãn và lực kéo đàn hồi nhỏ nhất τ_{min} đạt được khi vật ở vị trí cao nhất. Ở vị trí cao nhất ($x = -A = -0{,}1$ m), phương trình (1) trở thành

$$\tau_{min} = mg - kA = 6$$

$$\Rightarrow\ 10m - 0{,}1k = 6$$

Mặt khác $k = m\omega^2 = m(2\pi)^2$

$$\Rightarrow\ k = 40m$$

Giải hệ phương trình (1) và (2) cho ta

$$k = 40\ N/m; \qquad m = 1\ kg$$

* Lúc bắt đầu dao động (t = 0) vật ở tọa độ

$$x_0 = 10\sin\frac{\pi}{4} = 5\sqrt{2}\ (cm).$$

Lực căng lúc này là

$$\tau_o = mg + kx = 1 \,.\, 10 + 40 \,.\, 5\sqrt{2} \,.\, 10^{-2}$$
$$= 12{,}82 \text{ (N)}.$$

Sau khi dao động được 2,5 s (t = 2,5 s) vật ở tọa độ

$$x = 10 \sin(2\pi \,.\, 2{,}5 + \frac{\pi}{4})$$

$$\Rightarrow \quad x = 10 \sin(5\pi + \frac{\pi}{4}) = -5\sqrt{2} \text{ cm}$$

Lực căng lúc này là

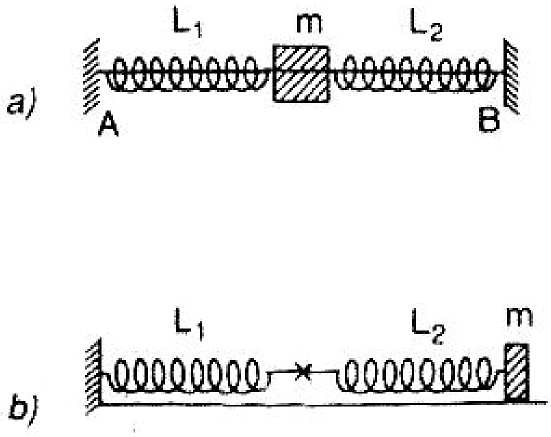
$$\tau = mg + kx = 1 \,.\, 10 + 40\,(-5\sqrt{2} \,.\, 10^{-2})$$
$$\tau = 7{,}17 \text{ (N)}.$$

BÀI 3

Một vật khối lượng m = 2 kg có thể trượt không ma sát dọc theo thanh ngang AB. Vật được nối qua hai lò xo L_1 và L_2 vào hai điểm cố định A, B (hình II. 4a). Bỏ qua khối lượng của hai lò xo và mọi lực ma sát. Giả sử rằng khi vật ở vị trí cân bằng thì hai lò xo đều không biến dạng. Đưa vật m ra khỏi vị trí cân bằng 10 cm rồi thả cho dao động không vận tốc đầu thì chu kì dao động đo được là $T = \frac{2\pi}{3}$ s

1. Lập phương trình dao động của m.

2. Bây giờ hai lò xo và vật m nói trên được mắc như hình II.4b, lúc này chu kì dao động đo được là $T' = \frac{3T}{\sqrt{2}}$. Hãy tìm độ cứng k_1, k_2 của mỗi lò xo.



Hình II.4

3. Xét trường hợp vật m được nối vào hai lò xo như hình II.4a và vẫn được kéo ra khỏi vị trí cân bằng 10 cm rồi thả cho dao động không vận tốc ban đầu. Giả sử khi đi qua vị trí cân bằng thì điểm nối giữa vật m với hai lò xo đều bị tuột ra. Hãy tìm chu kì dao động và chiều dài quỹ đạo.

LỜI GIẢI

1. Lập phương trình dao động

Trong quá trình dao động, khi vật ở li độ x hợp lực tác dụng lên vật là

$$F = -k_1x - k_2x = -(k_1 + k_2)x$$

Đặt $k_1 + k_2 = K$,

ta được $F = -Kx$

Mặt khác $F = ma = mx''$

Suy ra $mx'' = -Kx$

$$\Rightarrow x'' = -\frac{K}{m}x$$

Đặt $\frac{K}{m} = \omega^2$,

ta có $x'' = -\omega^2 x$

Suy ra $x = A\sin(\omega t + \varphi)$

trong đó, tần số góc

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{3}} = 3 \text{ (rad/s)}.$$

Chọn gốc thời gian là lúc buông tay, chiều dương là chiều kéo vật lúc ban đầu, thì lúc t = 0, ta có

$$\begin{cases} x_0 = A\sin\varphi = 10 \\ v_0 = \omega A\cos\varphi = 0 \end{cases}$$

Giải hệ trên cho ta $\cos\varphi = 0$ và $\sin\varphi > 0$.

Suy ra $\quad \varphi = \frac{\pi}{2}$, và $A \sin\frac{\pi}{2} = 10$, tức $A = 10$ cm.

Vậy phương trình dao động là

$$x = 10 \sin\left(3t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)}.$$

2. *Tìm k_1, k_2*

Khi mắc như hình II.4b, ta kéo vật m bằng một lực F' theo phương của trục lò xo làm lò xo L_1 giãn ra đoạn Δl_1, lò xo L_2 giãn ra đoạn Δl_2. Gọi Δl là độ giãn tổng cộng của hệ và K' là độ cứng tương đương của hệ, ta có

$$F' = K'\Delta l = k_1\Delta l_1 = k_2\Delta l_2$$

mà $\quad \Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2$

Suy ra $\quad \frac{F'}{K'} = \frac{F'}{k_1} + \frac{F'}{k_2} \quad \rightarrow \quad K' = \frac{k_1k_2}{k_1 + k_2}$

Chu kì $\quad T' = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K'}} = 2\pi\sqrt{\frac{m(k_1 + k_2)}{k_1k_2}} = \frac{3T}{\sqrt{2}}$

$$\Rightarrow \; 2\pi\sqrt{\frac{m(k_1 + k_2)}{k_1k_2}} = \frac{3.\frac{2\pi}{3}}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \; \frac{m(k_1 + k_2)}{k_1k_2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \; k_1k_2 = 2m(k_1 + k_2) = 2 \,.\, 2 \,.\, (k_1 + k_2)$$

$$\Rightarrow \; k_1k_2 = 4(k_1 + k_2) \qquad (1)$$

Mặt khác, theo câu 1, khi mắc như hình II. 4a, độ cứng tương ứng của hệ là

$$K = k_1 + k_2 = m\omega^2 = 2 \,.\, 3^2$$

$$\Rightarrow \; K = k_1 + k_2 = 18 \qquad (2)$$

Hệ hai phương trình (1) và (2) cho ta hai cặp nghiệm

a) $k_1 = 12$ (N/m); $\quad k_2 = 6$ (N/m).

b) $k_1 = 6$ (N/m); $k_2 = 12$ (N/m).

3. Tìm chu kì dao động và chiều dài quỹ đạo

Khi mắc như hình II.4a, cơ năng của hệ $E = \frac{1}{2}KA^2$.

Giả sử khi vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều từ A đến B thì các điểm nối bị tuột ra. Lúc này vật tách khỏi lò xo L_1, đi về phía B chậm dần rồi dừng lại để đổi chiều chuyển động: khi đó L_2 bị nén lại đoạn A_2, cơ năng E được chuyển thành thế năng đàn hồi của L_2.

Khi đổi chiều chuyển động, vật đi từ B về vị trí cân bằng. Tại đây, vật tách khỏi L_2 và tiếp tục đi về A nén L_1 một đoạn A_1 thì dừng lại, đổi chiều chuyển động, lặp lại quá trình vừa mô tả. Như vậy, chuyển động của vật là một dao động tuần hoàn (nhưng không điều hoà) với

* Chu kì $T = \frac{1}{2}T_1 + \frac{1}{2}T_2 = \frac{1}{2}2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1}} + \frac{1}{2}2\pi\sqrt{\frac{m}{k_2}}$.

Thế vào các giá trị của m, k_1, k_2 ta tính được

$$T \approx 3{,}1 \text{ s}$$

Chiều dài quỹ đạo $l = A_1 + A_2$

Ta có $E = \frac{1}{2}KA^2 = \frac{1}{2}k_1A_1^2 = \frac{1}{2}k_2A_2^2$

$$\Rightarrow k_1A_1^2 = k_2A_2^2 = KA^2 = 18A^2$$

Thay các giá trị của k_1, k_2, A ta sẽ tìm được A_1, A_2 và chiều dài quỹ đạo.

$$l = A_1 + A_2 \approx 29{,}6 \text{ (cm)}.$$

BÀI 4

Gắn quả cầu vào một lò xo treo thẳng đứng làm lò xo giãn ra 25 cm. Lấy $g = \pi^2$ (m/s^2).

1. Tính chu kì dao động của hệ nói trên khi được kích thích.

2. Phải cắt lò xo trên thành bao nhiêu phần bằng nhau để khi treo quả cầu vào mỗi phần, chu kì dao động là 0,5 s.

3. Với quả cầu trên, nếu muốn tạo một hệ có chu kì gấp 2 lần chu kì ở câu (1) thì phải dùng bao nhiêu lò xo ban đầu (lò xo lúc chưa cắt) và ghép thế nào?

LỜI GIẢI

1. Tính chu kì dao động

Ta có $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, mà $k = \frac{mg}{\Delta l}$ nên $\omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta l}}$

Trong đó Δl là độ giãn của lò xo lúc vật ở vị trí cân bằng.

Chu kì $$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,25}{\pi^2}} = 1 \text{ (s)}.$$

2) Cắt lò xo thành bao nhiêu phần?

Giả sử chia lò xo có độ cứng k thành n phần giống nhau. Gọi k_1 là độ cứng của mỗi lò xo thành phần.

Khi kéo lò xo có độ cứng k bởi một lực $\vec{F}$ theo phương của trục lò xo, làm lò xo k giãn đoạn Δl thì mỗi lò xo thành phần giãn đoạn $\frac{\Delta l}{n}$. Ta có

$$F = k\,\Delta l = k_1\frac{\Delta l}{n}$$

Suy ra $$k_1 = n\,k \qquad (1)$$

Khi treo quả cầu vào một lò xo thành phần, chu kì là

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1}} = 0,5 \text{ (s)},$$

hay $$2\pi\sqrt{\frac{m}{nk}} = 0{,}5 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{n}}2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 0{,}5$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{n}}.\, T = 0{,}5.$$

Mà $T = 1s$, suy ra $n = 4$.

Vậy phải cắt lò xo thành 4 phần để khi treo quả cầu vào một phần thì chu kì là 0,5 s.

3. Dùng bao nhiêu lò xo, ghép thế nào?

Để hệ có chu kì T_2 bằng hai chu kì ở câu 1 ($T_2 = 2T = 2s$) thì độ cứng của hệ là k', sao cho

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k'}} = 2\,T = 2\,.\,2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Suy ra $$\frac{1}{k'} = \frac{4}{k}$$

hay $$k = 4\,k'. \qquad (2)$$

Hệ thức (2) có dạng của hệ thức (1), do vậy ta suy ra hệ có chu kì $T_2 = 2\,T$ gồm 4 lò xo nguyên thủy ghép nối tiếp.

BÀI 5

Hai con lắc đơn có độ dài l_1 và l_2. Trong cùng một khoảng thời gian con lắc thứ nhất thực hiện được 10 dao động, con lắc thứ hai thực hiện được 6 dao động. Hiệu số chiều dài của chúng là 16 cm và hệ số nở dài của mỗi dây treo là $\lambda = 6\,.\,10^{-5}$ độ $^{-1}$.

1. Tìm chiều dài của mỗi con lắc ấy.

2. Dùng con lắc có chiều dài l_2 làm quả lắc đồng hồ. Đồng hồ chạy đúng ở nhiệt độ 25^oC trên mặt đất. Hỏi đồng hồ chạy nhanh hay chậm bao nhiêu trong một ngày đêm khi đem con lắc lên độ cao 10 km và có nhiệt độ 15^oC.

LỜI GIẢI

1. Tìm chiều dài của mỗi con lắc

Gọi T_1, T_2 lần lượt là chu kì của hai con lắc và t là khoảng thời gian trong đó con lắc thứ nhất thực hiện được 10 dao động, con lắc thứ hai thực hiện được 6 dao động, ta có

$$t = 10\,T_1 = 6\,T_2$$

$$\Rightarrow \quad 10\,.\,2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} = 6\,.\,2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}$$

Suy ra $\qquad l_1 = \frac{9}{25}l_2 \qquad (1)$

Ta thấy $\qquad l_2 > l_1$,

nên có $\qquad l_2 - l_1 = 16$ cm $\qquad (2)$

Từ (1) và (2), ta được $l_1 = 9$ (cm); $l_2 = 25$ (cm).

2. Tìm thời gian đồng hồ chạy sai trong một ngày đêm

Gọi T là chu kì của con lắc l_2 lúc chạy đúng (ở 25°C) và T_h là chu kì của nó ở độ cao 10 km và nhiệt độ 15°C, ta có

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l_{02}(1+25\lambda)}{g}}$$

và

$$T_h = 2\pi\sqrt{\frac{l_{02}(1+15\lambda)}{g_h}}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{T_h}{T} = \sqrt{\frac{1+15\lambda}{1+25\lambda}\cdot\frac{g}{g_h}} = \sqrt{(1-10\lambda)\frac{g}{g\left(\frac{R}{R+h}\right)^2}}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{T_h}{T} = \sqrt{(1-10\lambda)\,.\,(1+\frac{2h}{R})} = (1-5\lambda)(1+\frac{h}{R})$$

$$= 1 - 5\lambda + \frac{h}{R}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{T_h}{T} = (1-5)\,.\,6\,.\,10^{-5} + \frac{10}{6400} = 1 + \frac{8{,}08}{6400}$$

$$\Rightarrow \quad T_h = T + \frac{8{,}08}{6400}\,T.$$

Ta thấy $T_h > T$, tức chu kì tăng nên đồng hồ chạy chậm đi. Thời gian chậm đi trong một ngày đêm là

$$0 = \frac{|T_h - T|}{T}\,.\,86400 = \frac{8{,}08}{6400}\,.\,86400 \approx 109\ (s).$$

BÀI 6

Một con lắc đơn cấu tạo bởi một quả cầu nhỏ, treo ở đầu một sợi dây mảnh không co giãn. Khi dao động nhỏ, chu kì dao động ngay tại mặt đất là $T_0 = 2$ s.

1. Tính chiều dài dây treo con lắc.

2. Khi lên cao 6,4 km thì chu kì đó bằng bao nhiêu?

3. Con lắc ở ngay tại mặt đất, quả cầu được tích điện q. Người ta cho tác dụng vào con lắc một điện trường đều hướng thẳng đứng từ trên xuống, cường độ E = 9810 V/m. Khi đó chu kì của con lắc có giá trị đúng bằng chu kì của nó khi lên cao 6,4 km như nói ở câu 2. Xác định dấu và giá trị của q.

Cho biết gia tốc trọng trường tại mặt đất là $g_0 = 9.81 m/s^2$. Lấy $\pi^2 = 9.81$. Bán kính Trái Đất R = 6400 km. Khối lượng quả cầu m = 100g.

LỜI GIẢI

1. Tìm chiều dài con lắc

Tại mặt đất, chu kì

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_0}}$$

Suy ra $$l = -\frac{T_0^2 - g_0}{4\pi^2} = \frac{4.9,81}{4.9,81} = 1 \text{ (m)}.$$

2. *Tìm chu kì ở độ cao h = 6,4 km*

Ở độ cao h, chu kì $T_h = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_h}}$

Ta có $$\frac{T_h}{T_0} = \sqrt{\frac{g_0}{g_h}} = \sqrt{\frac{g_0}{g_0(\frac{R}{R+h})^2}} = 1 + \frac{h}{R}$$

Suy ra $$T_h = T_0 + \frac{h}{R}T_0 = 2 + \frac{6,4}{6400}.2 = 2,002 \text{ (s)}.$$

3. *Xác định điện tích q*

Gọi T' là chu kì của con lắc khi có lực điện trường tác dụng vào nó, ta có $T' = T_h$

hay $$2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_h}}$$

Suy ra $$g' = g_h = g_0\left(\frac{R}{R+h}\right)^2 = g_0\left(1 + \frac{h}{R}\right)^{-2}$$

$$\Rightarrow g' = g_0\left(1 - \frac{2h}{R}\right).$$

Từ (1) cho thấy $g' < g_0$, suy ra lực điện trường $\vec{F}$ hướng lên, trong khi điện trường $\vec{E}$ hướng xuống, nghĩa là $q < 0$.

Mặt khác, vì $\vec{F}$ hướng lên, nên có

$$g' = g_0 - \frac{F}{m}$$

hay $$g' = g_0 - \frac{|q|E}{m} \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có

$$g_0(1 - \frac{2h}{R}) = g_0 - \frac{|q|E}{m}$$

Suy ra $$|q| = \frac{2hmg_0}{E.R} = \frac{2.6,4.0,1.9,81}{9810.6400} = 2 \ .\ 10^{-7}\ (C).$$

Vì $q < 0$ nên có $q = -\ 2\ .\ 10^{-7}$ (C).

BÀI 7

Một con lắc đơn có chiều dài dây treo $l = 25$ cm, dao động tại nơi có $g = 9{,}81\ m/s^2$. Lấy $\pi^2 = 9{,}81$.

1. Tìm chu kì dao động nhỏ T_o của con lắc.

2. Quả cầu dùng làm con lắc bằng sắt, nặng 100g và tích điện âm $q = -\ 10^{-4}$ C. Cho con lắc dao động trong điện trường đều $\vec{E}$ có phương thẳng đứng thì thấy chu kì của con lắc bây giờ là $T_1 = \frac{3}{4}T_o$. Hãy xác định chiều và cường độ của điện trường $\vec{E}$.

3. Nếu đổi chiều của $\vec{E}$ thì chu kì dao động của con lắc là bao nhiêu?

LỜI GIẢI

1. Tìm chu kì dao động

$$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}25}{9{,}81}} = 1\ (s).$$

2. Xác định chiều và cường độ của điện trường $\vec{E}$

Gọi g_1 là gia tốc hiệu dụng khi con lắc dao động trong điện trường, ta có

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_1}} = \frac{3}{4}T_o = \frac{3}{4}2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Suy ra $g_1 = \frac{16}{9}$ (g).

Vì $g_1 > g$, nên trọng lực hiệu dụng $P_1 > P$, suy ra lực điện trường $\vec{F}$ hướng thẳng xuống; mà $q < 0$ nên điện trường $\vec{E}$ hướng thẳng lên.

Vì lực điện trường $\vec{F}$ hướng thẳng xuống, nên có

$$P_1 = P + F = P + |q|.E$$

$$\Rightarrow |q|.E = P_1 - P = mg_1 - mg = m\left(\frac{16}{9}g - g\right)$$

$$\Rightarrow |q|.E = \frac{7}{9}mg$$

$$\Rightarrow E = \frac{7mg}{9|q|} = \frac{7.0,1.9,81}{9.10^{-4}} = 7630\ (\text{V/m}).$$

3. Đổi chiều $\vec{E}$, chu kì là bao nhiêu?

Sau khi đổi chiều thì $\vec{E}$ hướng xuống, lúc này thì $\vec{F}$ hướng lên. Trọng lực hiệu dụng là

$$P_2 = P - F = mg - |q|.E$$

Kết hợp biểu thức trên với (1), ta được

$$P_2 = mg - \frac{7}{9}mg = \frac{2}{9}mg$$

Gia tốc hiệu dụng

$$g_2 = \frac{P_2}{m} = \frac{2}{9}g$$

Chu kì $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_2}} = 2\pi\sqrt{\frac{9l}{2g}}$

$$\Rightarrow T_2 = T_0.\frac{3}{\sqrt{2}} = 1.\frac{3}{\sqrt{2}} = 2,121\ (\text{s}).$$

BÀI 8

Một con lắc đơn có chiều dài l thực hiện dao động điều hòa trên một chiếc xe lăn đang xuống dốc không ma sát. Dốc nghiêng góc α so với phương ngang.

1. Tìm gia tốc của xe.

2. Chứng minh rằng, tại vị trí cân bằng dây treo con lắc vuông góc với mặt dốc.

3. Tìm chu kì dao động của con lắc.

Áp dụng bằng số $l = 1,73$ m; $\alpha = 30^\circ$; $g = 9,8$ m/s^2. Lấy $\pi^2 = 9,8$.

LỜI GIẢI

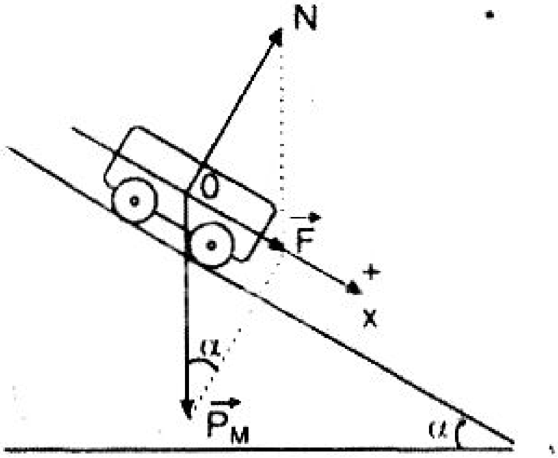
1. Tìm gia tốc của xe.

Gọi M là khối lượng của xe. Hợp lực tác dụng lên xe là

$$\vec{F} = \vec{P}_M + \vec{N}$$

Chiếu phương trình trên lên trục Ox (hình II.5) có phương của mặt phẳng nghiêng (mặt dốc), chiều dương hướng xuống, ta được

$$F = P_M \sin\alpha = M g \sin\alpha$$



Hình II.5

Mặt khác

$$F = M \cdot a$$

Suy ra $\quad Ma = M g \sin\alpha$

$$\Rightarrow \quad a = g \sin\alpha$$

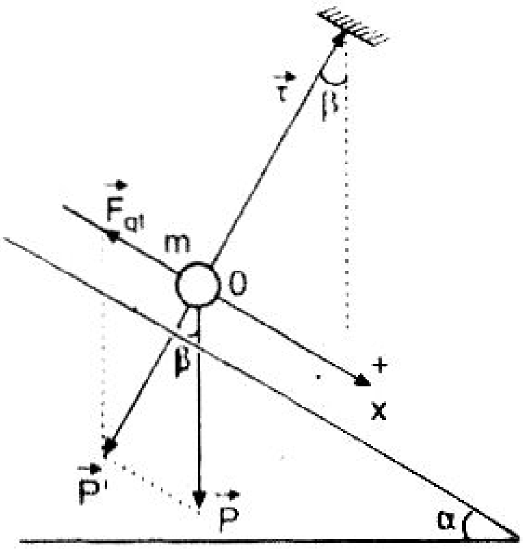
Áp dụng bằng số $a = 9,8 \sin 30^\circ = 4,9$ (m/s^2).

2. Chứng minh dây treo vuông góc với mặt dốc

Trong xe lăn, khi con lắc đứng yên ở vị trí cân bằng, dây treo nghiêng với phương thẳng đứng góc β (hình II.6); lúc này ta có

$$\vec{P} + \vec{\tau} + \vec{f}_{qt} = 0$$

Chiếu phương trình trên lên trục Ox có phương của mặt dốc, chiều dương hướng xuống và gọi τ_x là hình chiếu của lực căng dây $\vec{\tau}$ xuống phương này, ta được



Hình II.6

$$P\sin\alpha + \tau_x - f_{qt} = 0$$

$$\Rightarrow \tau_x = f_{qt} - P\sin\alpha = ma - mg\sin\alpha .$$

Vì $a = g\sin\alpha$, suy ra $\tau_x = 0$, nghĩa là dây treo có phương vuông góc với mặt dốc, nói cách khác $\beta = \alpha$.

3. Tìm chu kì dao động

Gọi $\vec{P'}$ là trọng lực mới (trọng lực hiệu dụng), ta có

$$P' = P \,.\, \cos\beta = mg\cos\alpha .$$

Gia tốc hiệu dụng $g' = \frac{P'}{m} g\cos\alpha$.

Chu kì $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g\cos\alpha}}$

Áp dụng bằng số, ta được

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{1,73}{9,8.\cos 30^{\circ}}} \approx 2\sqrt{2} \approx 2,83\ (s).$$

BÀI 9

Một quả cầu có khối lượng m = 1 kg được treo vào đầu một lò xo có độ cứng k =100 N/m, đầu kia của lò xo cố định. Kéo quả cầu lệch khỏi vị trí cân bằng 10 cm rồi buông nhẹ.

1. Viết phương trình dao động và tính năng lượng toàn phần của hệ.

2. Trong thực tế quả cầu gắn vào lò xo luôn chịu tác động của lực cản $\vec{R}$ có độ lớn bằng $\frac{1}{100}$ trọng lượng vật ($R = \frac{1}{100}mg$). Hãy cho biết tính chất chuyển động của vật và tính số lần vật qua vị trí cân bằng kể từ lúc buông tay đến lúc dừng lại. Lấy $g = 10\ m/s^2$.

LỜI GIẢI

1. Viết phương trình dao động, tính cơ năng toàn phần

Tần số góc $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{1}} = 10$ (rad/s).

Chọn gốc thời gian là lúc buông tay, chiều dương là chiều kéo vật lúc ban đầu. Lúc t = 0, ta có

$$\begin{cases} x_0 = A\sin\varphi = 10\ (cm) \\ v_0 = \omega A\cos\varphi = 0 \end{cases}$$

Giải hệ trên cho ta $\varphi = \frac{\pi}{2}$ và A = 10 cm. Suy ra phương trình dao động là

$$x = 10\sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)\ (cm).$$

Cơ năng toàn phần

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2} . 100 . 0{,}1^2 = 0{,}5\ (J).$$

2. Xác định tính chất chuyển động của vật

Trong thực tế vật luôn chịu tác dụng của lực cản $\vec{R}$. Vì lực cản ngược chiều chuyển động nên sinh công âm, làm giảm cơ năng toàn phần của hệ, tức giảm biên độ dao động. Vì vậy dao động của hệ là dao động tắt dần.

Tìm số lần đi qua vị trí cân bằng?

Giả sử ở thời điểm nào đó, vật ở vị trí biên ứng với biên độ là A_1; sau khi đi qua vị trí cân bằng sang vị trí biên đối diện, biên độ còn lại là A_2. Vì độ giảm năng lượng của hệ bằng công do lực cản thực hiện, nên có

$$\frac{1}{2}k\ A_1^2 - \frac{1}{2}k\ A_2^2 = R\,(A_1 + A_2)$$

$$\Rightarrow\quad \frac{1}{2}\,k\,(A_1 - A_2) = R$$

Suy ra, độ giảm biên độ khi qua vị trí cân bằng một lần

$$dA = A_1 - A_2 = \frac{2R}{k} = \frac{2.0{,}01\,mg}{k}$$

$$dA = \frac{2.0{,}01.1.10}{100} = 2\ .\ 10^{-3}\ (m) = 2\ (mm).$$

Số lần đi qua vị trí cân bằng cho đến lúc dừng lại là

$$N = \frac{A}{dA} = \frac{100}{2} = 50\ (\text{lần}).$$

BÀI 10

Một con lắc đơn được kéo ra khỏi vị trí cân bằng một góc $\alpha_0 = 0{,}1$ rad rồi buông không vận tốc ban đầu. Trong quá trình dao động, lực cản môi trường tác dụng lên con lắc coi như không đổi và có giá trị R bằng $\frac{1}{1000}$ trọng lượng của vật. Hãy tìm số lần con lắc đi qua vị trí cân bằng kể từ lúc buông tay cho đến khi dừng hẳn.

LỜI GIẢI

Năng lượng cung cấp cho con lắc lúc ban đầu là

$$E_0 = mgl\,(1 - \cos\alpha_0) = mgl\,.\,2\sin^2\frac{\alpha_0}{2}$$

Vì dao động nhỏ (α_0 nhỏ) nên $\sin\frac{\alpha_0}{2} = \frac{\alpha_0}{2}$. Suy ra

$$E_0 = \frac{1}{2}mgl\alpha_0^2$$

Giả sử ở thời điểm nào đó, con lắc đang ở vị trí biên ứng với biên độ góc α_1; sau khi đi qua vị trí cân bằng, sang vị trí biên đối diện, biên độ góc còn lại là α_2. Vì độ giảm năng lượng của hệ bằng công do lực cản thực hiện, nên có

$$\frac{1}{2}mgl\alpha_1^2 - \frac{1}{2}mgl\alpha_2^2 = Rl\,(\alpha_1 + \alpha_2)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}\,mg(\alpha_1 - \alpha_2) = R$$

Độ giảm biên độ góc khi con lắc đi qua vị trí cân bằng một lần là

$$d\alpha = \alpha_1 - \alpha_2 = \frac{2R}{mg} = \frac{2.0{,}001\,mg}{mg} = 0{,}002\ (\text{rad})$$

Số lần con lắc đi qua vị trí cân bằng là

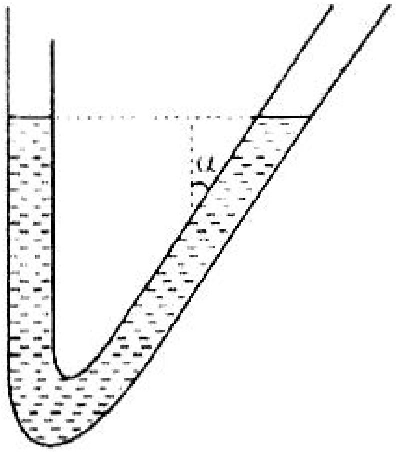
$$n = \frac{\alpha_0}{d\alpha} = \frac{0{,}1}{0002} = 50\ (\text{lần}).$$

BÀI 11

Cho một ống cong (hình II.7) tiết diện đều s = 0,5 cm^2, nhánh bên phải của ống nghiêng với phương thẳng đứng góc $\alpha = 30°$. Trong ống có chứa thủy ngân, khối lượng thủy ngân trong ống là m = 200 g.

1. Khi làm cho mực thủy ngân ở hai nhánh chênh lệch nhau, chứng tỏ khối thủy ngân dao động điều hòa. Bỏ qua mọi ma sát.

2. Biết khối lượng riêng của thủy ngân là $\rho=13,6 g/cm^3$. Tìm chu kì dao động. Lấy $g = 9,8\ m/s^2$.

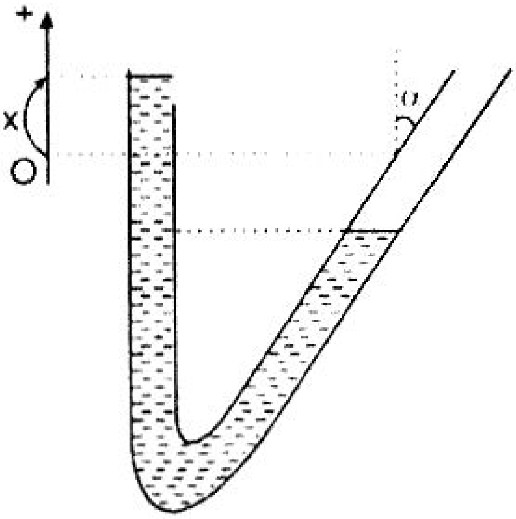


Hình II.7

LỜI GIẢI

1. Chứng minh khối thủy ngân dao động điều hòa

Khi mực thủy ngân ở nhánh trái ở li độ x so với vị trí cân bằng (hình II.8) thì mực thủy ngân ở hai nhánh chênh lệch nhau là $x + x\cos\alpha$. Áp lực do sự chênh lệch này sẽ đưa các mực thủy ngân về vị trí cân bằng. Do quán tính, khối thủy ngân sẽ dao động.



Hình II.8

Biểu thức của áp lực trên là

$$F = - S(x + x\cos\alpha)\rho g$$

$$\Rightarrow F = - S\rho g(1 + \cos\alpha) . x$$

Đặt $S\rho g(1 + \cos\alpha) = K$;

ta được $F = - k.x.$

Mặt khác $F = m.x''$

Suy ra $mx'' = - K.x$

hay $x'' = -\frac{K}{m} . X = -\omega^2 x.$

$$\Rightarrow \quad x = A\sin(\omega t + \varphi).$$

Vậy khối thủy ngân dao động điều hòa.

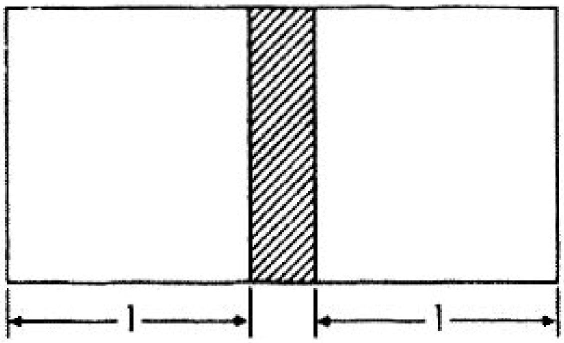
2. Tìm chu kì dao động

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{S\rho g(1+\cos\alpha)}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{200}{0{,}5.13{,}6.980\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}} \approx 0{,}8\ (s).$$

BÀI 12

Một xy lanh hai đầu bịt kín chứa khí lí tưởng, bên trong có một pít tông có khối lượng m, tiết diện S. Ở vị trí đứng yên cân bằng, pít tông chia xylanh làm hai phần bằng nhau (hình II.9), mỗi phần có chiều dài l và trong mỗi phần, áp suất của khí là p.



Hình II.9

Đẩy pít tông ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn a nhỏ (a << l) rồi buông cho dao động.

1. Chứng tỏ pít tông dao động điều hoà

2. Tìm biểu thức tính chu kì dao động.

Coi ma sát không đáng kể và quá trình biến đổi là đẳng nhiệt.

LỜI GIẢI

1. Chứng tỏ pít tông dao động điều hòa

Thể tích của mỗi ngăn khi pít tông ở vị trí cân bằng là

Sl. Khi pít tông lệch khỏi vị trí cân bằng đoạn x thì một ngăn có thể tích là S (l – x), ngăn kia có thể tích S(l + x); lúc này áp suất khí tương ứng ở mỗi ngăn là p_1 và p_2.

Theo định luật Bôi – Mariôt, ta có

$$pSl = p_1S(l - x) = p_2S(l + x).$$

Lực tác dụng lên pít tông

$$F = -(p_1 - p_2)S = -\left(\frac{pl}{l - x} - \frac{pl}{l + x}\right)S$$

$$F = -\frac{2pSl}{l^2 - x^2}.x.$$

Vì x << 1 nên $F \approx -\frac{2pSl}{l^2}.x = -\frac{2pS}{l}.x.$

Đặt $\frac{2pS}{l} = k$ ta được $F = -kx$.

Mặt khác $F = m x''$,

Suy ra $mx'' = -kx$ hay $x'' = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x$

$$\Rightarrow x = A\sin(\omega t + \varphi).$$

Vậy pít tông dao động điều hòa.

2. Tìm chu kì

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2pS/l}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{ml}{2pS}}.$$

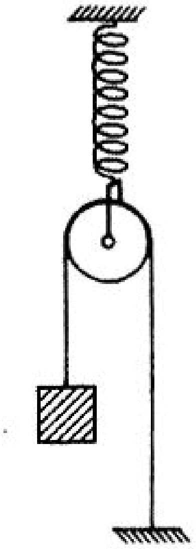
BÀI 13

Một vật nặng có khối lượng m = 100 g, một lò xo không khối lượng có độ cứng k = 100 N/m, một sợi dây và một ròng rọc có khối lượng không đáng kể được mắc thành một cơ hệ như ở hình II.10.

1. Xác định độ giãn của lò xo khi vật m ở vị trí cân bằng.

2. Kéo vật xuống theo phương thẳng đứng một đoạn nhỏ rồi buông nhẹ.

Chứng tỏ vật dao động điều hòa. Tính chu kì dao động. Bỏ qua mọi ma sát. Lấy $g = 10\ m/s^2$, $\pi^2 = 10$.



Hình II.10

LỜI GIẢI

1. Tìm độ giãn của lò xo

Gọi τ_0 là lực căng dây khi vật đứng yên cân bằng, ta có

$$\tau_0 = mg$$

Mặt khác, gọi f_0 là lực căng của lò xo, Δl là độ giãn của lò xo lúc vật ở vị trí cân bằng, ta có

$$f_0 = k\,.\,\Delta l = 2\ \tau_0$$

Suy ra $$k\,\Delta l = 2\ mg \qquad (1)$$

hay $$\Delta l = \frac{2mg}{k} = \frac{2.0,1.10}{100}$$

$$= 2.10^{-2}\ (m) = 2cm.$$

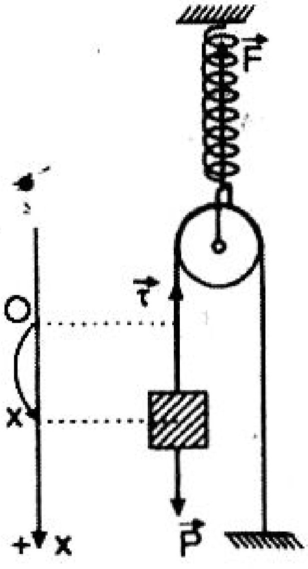
2. Chứng minh vật dao động điều hòa

Lấy trục tọa độ Ox có phương thẳng đứng, gốc O là vị trí cân bằng của vật, chiều dương hướng xuống (hình II.11).

Hợp lực tác dụng lên vật khi vật ở li độ x

$$\vec{F} = \vec{P} + \vec{\tau}$$

Chiếu xuống trục Ox, ta được



Hình II.11

$$F = P - \tau = P - \frac{1}{2}f \qquad (2)$$

Trong đó f là lực căng của lò xo.

Khi vật ở li độ x thì lò xo biến dạng thêm $\frac{x}{2}$, tức độ biến dạng tổng cộng của lò xo là $\Delta l + \frac{x}{2}$, do vậy

$$F = k\left(\Delta l + \frac{x}{2}\right)$$

Thay vào (2), ta được

$$F = P - \frac{1}{2}k\left(\Delta l + \frac{x}{2}\right)$$

$$F = mg - \frac{k\Delta l}{2} - \frac{1}{4}kx$$

Kết hợp với (1), ta được

$$F = -\frac{1}{4}kx = -K \cdot x,$$

với $K = \frac{1}{4}k$

Mặt khác $F = mx''$

Suy ra $mx'' = -Kx$

hay $x'' = -\frac{K}{m}x$

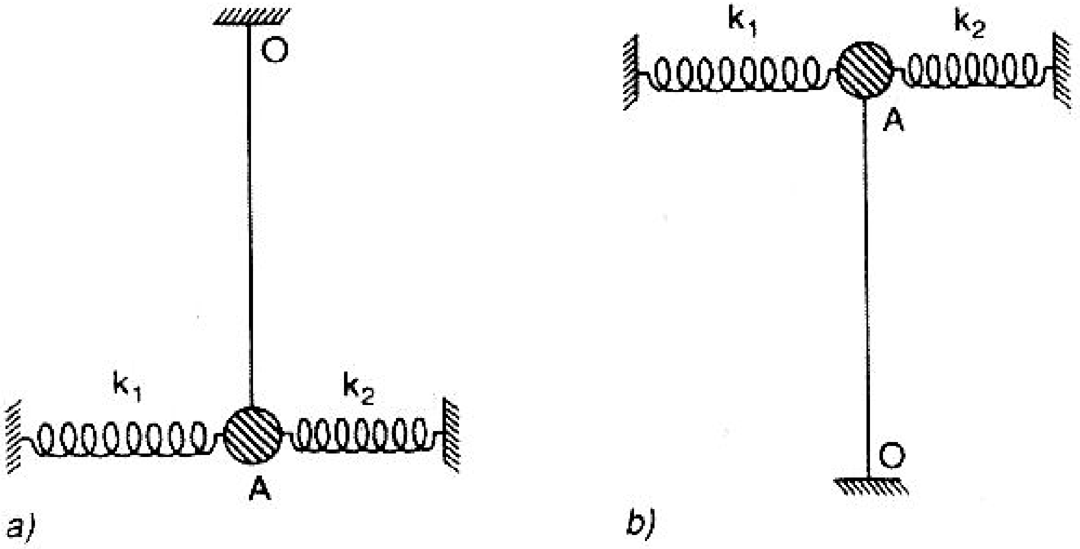
Biểu thức trên có dạng $x'' = -\omega^2 x$, chứng tỏ vật dao động điều hòa, với chu kì

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{1}{4}k}}$$

$$T = 4\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 4\pi\sqrt{\frac{0{,}1}{100}} = 0{,}4 \text{ (s)}.$$

BÀI 14

Cho hai hệ cơ liên kết như hình II.12. Thanh cứng OA có độ dài l, khối lượng không đáng kể, dao động được quanh điểm treo O. Ở vị trí cân bằng, hai lò xo có độ cứng k_1, k_2 không bị biến dạng. Vật có khối lượng m. Kéo lệch m ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn nhỏ rồi buông nhẹ.



Hình II.12

Chứng minh m dao động điều hòa. Tìm chu kì dao động của vật ở mỗi hệ.

LỜI GIẢI

1) Xét hệ liên kết ở hình II.12a

Trong quá trình dao động, khi vật ở li độ x, cơ năng của hệ bao gồm

* Động năng $E_{đ} = \frac{1}{2}(mv^2)$

* Thế năng của trọng lực

$$E_t = mgh = mgl\,(1 - \cos\alpha)$$

$$E_t = mgl\,.\,2\sin^2\frac{\alpha}{2} \approx \frac{1}{2}\,mgl\alpha^2 = \frac{1}{2}mgl\,(\frac{x}{l})^2$$

$$E_{t1} = \frac{1}{2}\frac{mg}{l}x^2$$

* Thế năng của lực đàn hồi là

$$E_t = \frac{1}{2}k_1x^2 + \frac{1}{2}k_2x^2$$

Cơ năng toàn phần

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\frac{mg}{l}x^2 + \frac{1}{2}k_1x^2 + \frac{1}{2}k_2x^2 = \text{const}$$

Lấy đạo hàm của cơ năng E theo thời gian ta có

$$E'_{(t)} = mvv' + \frac{mg}{l}xx' + k_1xx' + k_2xx' = 0 \qquad (1)$$

Thay $v = x'$ và $v' = x''$ vào (1) rồi chia 2 vế cho mx', ta được

$$x'' + \frac{g}{l}x + \frac{k_1}{m}x + \frac{k_2}{m}x = 0$$

$$\Rightarrow \quad x'' = -\left(\frac{g}{l} + \frac{k_1 + k_2}{m}\right)x \qquad (2)$$

Biểu thức (2) có dạng $x'' = -\omega^2x$, chứng tỏ vật dao động điều hòa, với chu kì

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{l} + \frac{k_1 + k_2}{m}}}.$$

2) Xét hệ liên kết ở hình II.12b

Cơ năng của hệ khi vật ở li độ x

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - mgh + \frac{1}{2}k_1x^2 + \frac{1}{2}k_2x^2$$

$$= \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}\frac{mg}{l}x^2 + \frac{1}{2}k_1x^2 + \frac{1}{2}k_2x^2 = \text{const}$$

Lấy đạo hàm của E theo thời gian

$$E'_{(t)} = mvv' - \frac{mg}{l}xx' + k_1xx' + k_2xx' = 0$$

Thay v = x' và v' = x", rồi chi hai vế cho mx', ta được

$$x'' - \frac{g}{l}x + \frac{k_1}{m}x + \frac{k_2}{m}x = 0$$

$$\Rightarrow \quad x'' = -\left(\frac{k_1 + k_2}{m} - \frac{g}{l}\right)x$$

hay $$x'' = -\omega^2 x$$

Suy ra vật dao động điều hòa với chu kì

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m} - \frac{g}{l}}},$$

với điều kiện $\frac{k_1 + k_2}{m} > \frac{g}{l}$.

BÀI 15

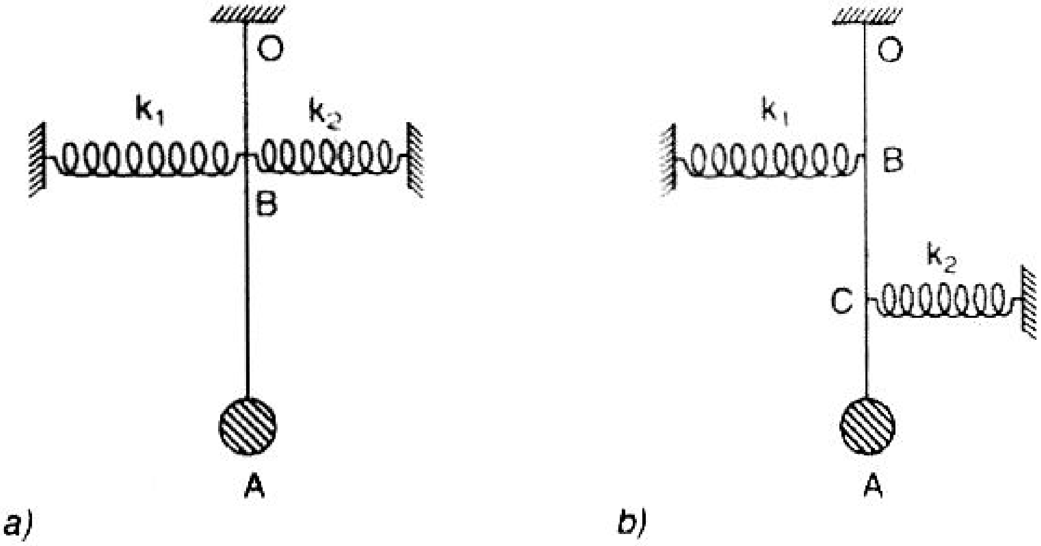
Cho hai hệ cơ liên kết như hình II.13. Thanh cứng OA khối lượng không đáng kể, dao động được quanh điểm treo O. Ở vị trí cân bằng hai lò xo có độ cứng k_1, k_2 không bị biến dạng. Vật có khối lượng m. Đưa m lệch ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn nhỏ rồi buông nhẹ.

Chứng minh m dao động điều hòa. Tìm tần số góc của dao động ở mỗi hệ. Cho OA = a; OB = b; OC = c.

LỜI GIẢI

1. Xét hệ liên kết ở hình II. 13a

Khi vật ở li độ x, mỗi lò xo bị biến dạng (một lò xo bị nén, một lò xo bị giãn) đoạn $x_1 = \frac{b}{a}x$. Lúc này cơ năng của hệ là



Hình II.13

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + mgh + \frac{1}{2}k_1x_1^2 + \frac{1}{2}k_2x_1^2 = \text{const.}$$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\frac{mg}{a}x^2 + \frac{1}{2}k_1(\frac{b}{a})^2x^2 + \frac{1}{2}k_2(\frac{b}{a})^2x^2 =$$

$$= \text{const.}$$

Lấy đạo hàm của E theo thời gian

$$E'_{(t)} = mvv' + \frac{mg}{a}xx' + k_1\frac{b^2}{a^2}xx' + k_2\frac{b^2}{a^2}xx' = 0$$

Thay v = x' và v' = x" rồi chia hai vế cho mx', ta được

$$x'' + \frac{g}{a}x + \frac{k_1}{m}\frac{b^2}{a^2}x + \frac{k_2}{m}\frac{b^2}{a^2}x = 0$$

$$\Rightarrow \quad x'' = -(\frac{g}{a} + \frac{k_1 + k_2}{ma^2}b^2)\,x$$

Biểu thức trên có dạng $x'' = -\omega^2x$, chứng tỏ vật dao động điều hòa.

Tần số góc là

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{a} + \frac{k_1 + k_2}{ma^2}b^2}\,.$$

2. Xét hệ liên kết như hình II.13b

Với cách làm tương tự như trên, ta được kết quả

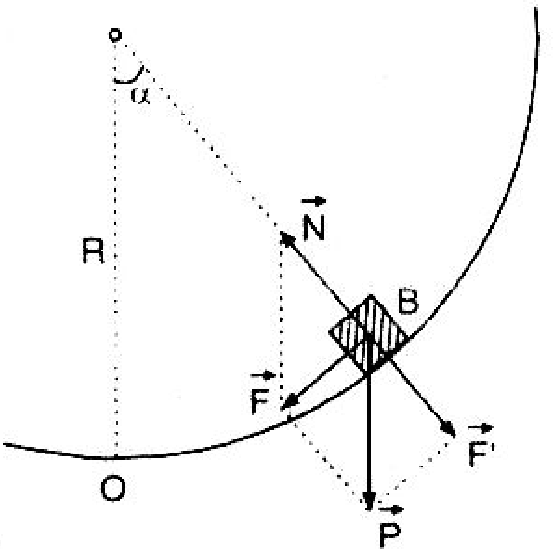
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{a} + \frac{k_1 b^2 + k_2 c^2}{ma^2}}\ .$$

BÀI 16

Một vật nhỏ khối lượng m đứng yên cân bằng ở mặt trong của một bán cầu bán kính R. Đưa vật lệch khỏi vị trí cân bằng một đoạn S_0 nhỏ ($S_0 << R$) rồi buông tay để nó trượt tự do trên mặt cong này. Bỏ qua ma sát, hãy chứng tỏ vật dao động điều hòa. Tìm biểu thức tính chu kì dao động.

LỜI GIẢI

Khi vật lệch khỏi vị trí cân bằng góc α (ở vị trí B, hình II.14), lực tác dụng lên vật gồm trọng lực $\vec{P}$ và phản lực $\vec{N}$. Ta phân tích trọng lực $\vec{P}$ thành hai lực thành phần $\vec{F'}$ theo phương bán kính với mặt cầu tại B và $\vec{F}$ vuông góc với bán kính này. Vì dao động nhỏ ($S_0 << R$) nên coi cung OB trùng với dây cung OB.



Hình II.14

Lúc này lực hướng tâm coi như bằng 0, tức coi $\vec{F'}$ cân bằng với $\vec{N}$. Khi đó chỉ còn $\vec{F}$ đẩy vật về O.

Chọn trục Ox có phương tiếp tuyến với cung OB tại O, gốc tọa độ tại O, chiều dương hướng sang phải. Vì dao động nhỏ nên coi dây cung OB trùng với trục Ox. Ta có

$$F = -P\sin\alpha = -mg.\alpha$$

$$F = -mg\frac{x}{R},$$

với x là độ lệch của vật ứng với góc α.

Mặt khác, theo định luật II Niu Tơn, ta có

$$F = mx''$$

Suy ra $$mx'' = -mg\frac{x}{R} \text{ hay } x'' = -\frac{g}{R}x$$

$$\Rightarrow x'' = -\omega^2 x$$

$$\Rightarrow x = A\sin(\omega t + \varphi)$$

Vậy vật dao động điều hòa, với chu kì là

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}.$$

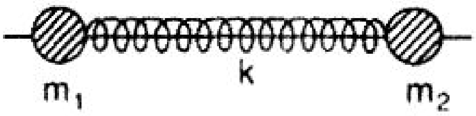
BÀI 17

Hai quả cầu có khối lượng $m_1 = 2$ kg và $m_2 = 1$ kg có thể trượt không ma sát dọc theo một thanh ngang.

Nối hai quả cầu với nhau bằng một lò xo có độ cứng k = 24 N/m, có khối lượng không đáng kể (hình II.15). Kéo hai quả cầu lại gần nhau để lò xo bị nén lại một đoạn nhỏ. Đồng thời buông tay để hai quả cầu cùng bắt đầu chuyển động không vận tốc ban đầu.

1. Chứng minh hệ dao động điều hòa

2. Tính chu kì dao động của mỗi quả cầu.



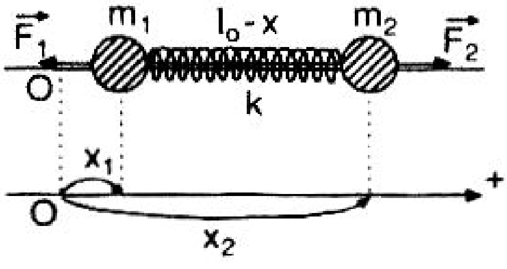
Hình II.15

LỜI GIẢI

1. Chứng minh hệ dao động điều hòa

Lấy một điểm O trên thanh ngang làm gốc tọa độ. Chiều dương như hình vẽ (hình II.16).

Gọi l_o là chiều dài tự nhiên của lò xo, x là độ biến dạng của lò xo trong quá trình hai quả cầu dao động. Giả sử ở thời điểm t nào đó, lò xo đang bị nén một đoạn x. Khi đó chiều dài lò xo là $l_o - x$ và quả cầu m_1 có tọa độ x_1, m_2 có tọa độ x_2.



Hình II.16

Ta có $\quad x_2 - x_1 = l_o - x$

Lấy đạo hàm bậc 2 phương trình trên theo thời gian, ta được

$$x''_2 - x''_1 = -x'' \tag{1}$$

Đồng thời ở thời điểm trên, hai lực đàn hồi tác dụng lên hai vật m_1, m_2 hướng ra xa nhau, bằng nhau và ngược dấu. Do vậy, ta có

$$F_1 = -kx \text{ và } F_2 = kx$$

Mặt khác $\quad F_1 = m_1x_1''$

$$\Rightarrow \quad m_1x_1'' = -kx, \text{ hay } \quad x_1'' = -\frac{k}{m_1}x$$

$$F_2 = m_2x_2''$$

$$\Rightarrow \quad m_2x_2'' = kx, \text{ hay } \quad x_2'' = -\frac{k}{m_2}x$$

Thế vào (1) ta được $\left(\frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_1}\right)kx = -x''$,

Đặt $\quad \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_1} = \frac{1}{m}$, $\quad$ ta có $\frac{k}{m}x = -x''$,

Đặt $\quad \frac{k}{m} = \omega^2$, ta suy ra (2).

(2) là phương trình vi phân, có nghiệm

$$x = A\sin(\omega t + \varphi).$$

Như vậy, độ biến dạng x của lò xo biến thiên điều hòa, suy ra dao động của mỗi quả cầu là dao động điều hòa.

2. Tính chu kì dao động

Tần số dao động của mỗi quả cầu bằng tần số biến thiên của x. Vì vậy, chu kì dao động của hai quả cầu cùng là

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Với k = 24 N/m; $m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} = \frac{2.1}{2+1} = \frac{2}{3}$ (kg), ta được

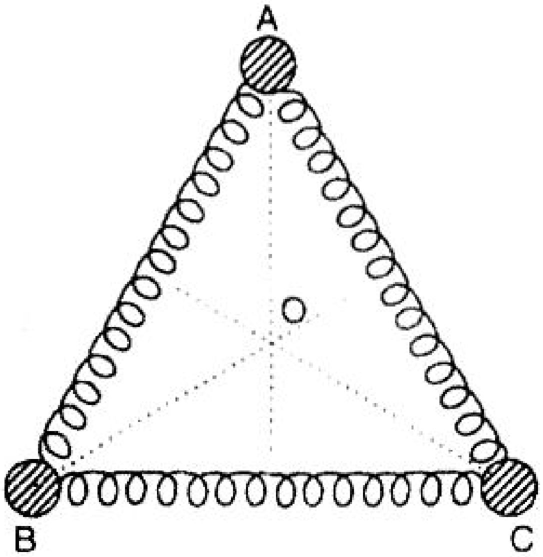
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2}{3.24}} \approx 1,05 \text{ (s)}.$$

BÀI 18

Cho một hệ cơ học liên kết như hình II.17. Các quả cầu hoàn toàn giống nhau, cùng có khối lượng m và các lò xo cũng hoàn toàn giống nhau, cùng có độ cứng k. Hệ được đặt trên một mặt phẳng nằm ngang. Bỏ qua mọi ma sát và khối lượng của các lò xo. Khi hệ đứng yên cân bằng thì các lò xo không biến dạng và ba quả cầu nằm trên 3 đỉnh của một tam giác đều ABC. Đồng thời đẩy ba quả cầu về phía trọng tâm O của tam giác ABC một khoảng bằng nhau rồi buông tay.

1. Sau khi buông tay, hệ chuyển động thế nào?

Chứng minh rằng chuyển động của mỗi quả cầu là một dao động điều hòa.



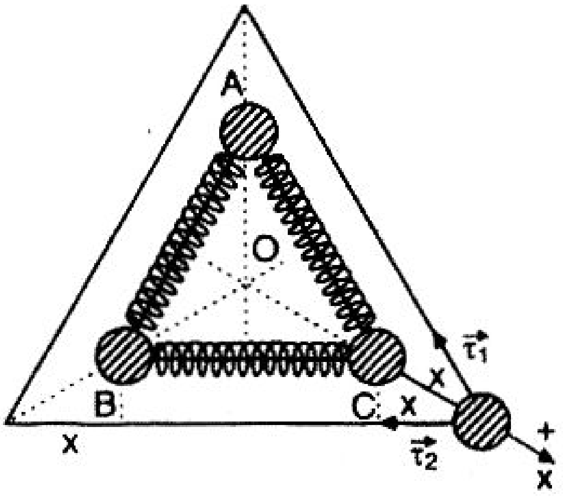
Hình II.17

2. Xác định biểu thức tính chu kì dao động của mỗi quả cầu.

LỜI GIẢI

1. Chứng minh dao động điều hòa

Khi buông tay ra, các quả cầu dao động. Mỗi quả cầu dao động dọc theo phương của đường cao (đi qua nó) của tam giác đều ABC. Ở một thời điểm bất kì, ba quả cầu sẽ nằm trên ba đỉnh tương ứng của một tam giác đều.



Hình II.18

Vì dao động của ba quả cầu là như nhau nên chỉ cần xét dao động của một quả cầu, chẳng hạn quả cầu ở đỉnh C. Chọn trục tọa độ Cx có chiều dương như ở hình II.18, gốc tọa độ là vị trí cân bằng. Ở thời điểm nào đó quả cầu vị trí M có li độ x (giả sử x > 0) thì mỗi lò xo giãn đoạn

$$2\,\Delta x = 2x\cos 30^\circ = \sqrt{3}\,x$$

Khi này, hợp lực tác dụng vào quả cầu là

$$\vec{F} = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2$$

Chiếu phương trình trên xuống trục Cx, ta được

$$F = -\,\tau_1\cos 30^\circ - \tau_2\cos 30^\circ$$

$$F = -\,k\sqrt{3}\,.\,x\,.\,\frac{\sqrt{3}}{2} - k\sqrt{3}\,.\,x\,.\,\frac{\sqrt{3}}{2} = -3\,k\,.\,x$$

Đặt $K = 3k$, ta có $F = -\,K\,x$.

Mặt khác $F = ma = mx''$

Suy ra $mx'' = -\,K\,x$, hay $x'' = -\dfrac{K}{m}x$

Đặt $\frac{K}{m} = \omega^2$, ta có $x'' = -\omega^2 x$

Suy ra $x = A\sin(\omega t + \varphi)$

Phương trình trên chứng tỏ quả cầu dao động điều hòa.

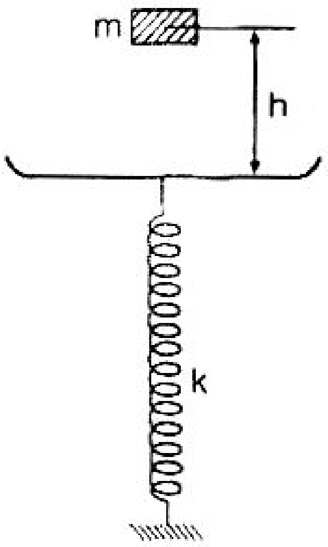
2. Tìm biểu thức tính chu kì

Tần số góc $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{3k}{m}}$

Chu kì $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{3k}}$.

BÀI 19

Một vật có khối lượng m rơi từ độ cao h (hình II.19) lên trên một đĩa cân lò xo và dính chặt vào đĩa ngay sau khi va chạm. Bỏ qua khối lượng của đĩa và của lò xo. Cho biết độ cứng của lò xo là k và sau khi dính vào đĩa, vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Xác định năng lượng và biên độ dao động của hệ.



Hình II.19

Áp dụng bằng số m = 100 g; h = 10cm; k = 40 N/m.

Lấy $g = 10\ m/s^2$.

LỜI GIẢI

Khi dính chặt vào đĩa vật dao động quanh vị trí cân bằng O cách vị trí ban đầu của đĩa (lúc chưa va chạm) đoạn x_o, ta có

$$kx_o = mg \Rightarrow x_o = \frac{mg}{k}$$

Năng lượng dao động của hệ

$$E = mgh + \frac{1}{2}k x_o^2$$

$$E = mgh + \frac{m^2g^2}{2k}$$

Mặt khác $E = \frac{1}{2}kA^2$

Suy ra $A = \sqrt{\frac{2E}{k}} = \sqrt{\frac{2mgh}{k} + \frac{m^2g^2}{k^2}}$

$$A = \frac{mg}{k}\sqrt{\frac{2kh}{mg} + 1}$$

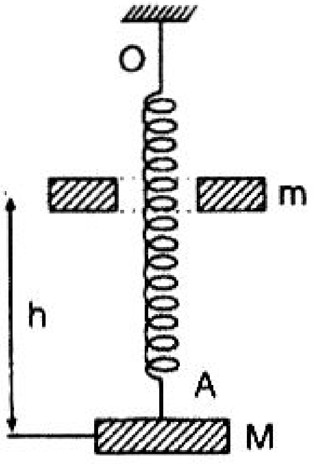
Áp dụng lần lượt thay các giá tri m = 0,1 kg; h = 0,1 m; k = 40 N/m và $g = 10\ m/s^2$ vào (1) và (2), ta được

$$E = 0{,}1\ .\ 10\ .\ 0{,}1 + \frac{0{,}1^2.10^2}{2.40} = 0{,}1125\ (J)$$

$$A = \frac{0{,}1.10}{40}\sqrt{\frac{2.40.0{,}1}{0{,}1.10} + 1} = 0{,}075\ m = 7{,}5\ (cm).$$

BÀI 20

Một lò xo OA có độ cứng k, khối lượng không đáng kể. Đầu trên O được giữ cố định, đầu dưới A được gắn vào một đĩa có khối lượng M (hình II.20). Từ độ cao h so với vị trí cân bằng của đĩa, thả một chiếc vòng có khối lượng m rơi không vận tốc, đầu đến gắn chặt vào đĩa, rồi cả hai cùng dao động. Coi va chạm giữa vòng và đĩa là hoàn toàn không đàn hồi. Bỏ qua mọi ma sát và lực cản môi trường.



Hình II.20

1. Xác định vận tốc của hệ ngay sau khi va chạm.

2. Tìm biên độ và chu kì dao động của hệ.

Áp dụng bằng số k = 100 N/m; M = 600 g; m = 400 g; h = 20 cm. Lờy g = 10 m/s^2

LỜI GIẢI

1. Tìm vận tốc ngay sau khi va chạm

Vận tốc của vòng ngay trước khi va chạm là $v = \sqrt{2gh}$. Gọi V là vận tốc của hệ ngay sau khi va chạm, theo định luật bảo toàn động lượng, ta có

$$(M + m)\,V = mv$$

$$\Rightarrow\quad V = \frac{mv}{M+m} = \frac{m\sqrt{2gh}}{M+m}$$

Thay số vào ta được

$$V = \frac{0{,}4\sqrt{2.10.0{,}2}}{0{,}6+0{,}4} = 0{,}8\ \text{(m/s)}.$$

2. Tìm biên độ và chu kì dao động

Gọi x_0 là khoảng cách từ vị trí cân bằng của vật M đến vị trí cân bằng mới của hệ hai vật (x_0 chính là độ lệch của hệ hai vật ở thời điểm ban đầu – lúc va chạm với vị trí cân bằng của hệ hai vật trong quá trình dao động). Ta có

$$x_0 = \frac{(M+m)g}{k} - \frac{Mg}{k} = \frac{mg}{k}$$

Năng lượng kích thích để hệ hai vật dao động

$$E = \frac{1}{2}(M + m)\,V^2 + \frac{1}{2}k\,x_0^2$$

$$E = \frac{1}{2}(M + m)\frac{m^2v^2}{(M+m)^2} + \frac{1}{2}k\,\left(\frac{mg}{k}\right)^2$$

$$E = \frac{1}{2}\,\frac{m^2v^2}{M+m} + \frac{m^2g^2}{k} = \frac{1}{2}\left(\frac{m^2.2gh}{M+m} + \frac{m^2g^2}{k}\right)$$

Mặt khác $E = \frac{1}{2}kA^2$

Suy ra $\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{m^2.2gh}{M+m} + \frac{m^2g^2}{k}\right)$

$$\Rightarrow A^2 = \frac{m^2.2gh}{(M+m)k} + \frac{M^2g^2}{k^2}$$

$$\Rightarrow A = \frac{mg}{k}\sqrt{\frac{2hk}{g(M+m)} + 1}$$

Thay số vào, ta được

$$A = \frac{0,4.10}{100}\sqrt{\frac{2.0,2.100}{10(0,6+0,4)} + 1} = 4\sqrt{5}\,.\,10^{-2}\ (m)$$

$$A = 4\sqrt{5}\ cm \approx 9,94\ (cm).$$

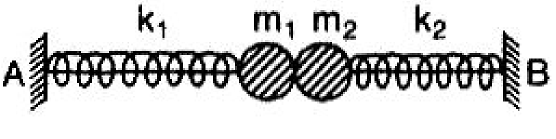
Chu kì dao động

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M+m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,6+0,4}{100}} \approx 0,628\ (s).$$

BÀI 21

Cho hai quả cầu có thể trượt không ma sát trên một thanh ngang. Khối lượng của chúng là $m_1 = m_2 = m = 100$ g. Quả cầu m_1 nối với lò xo k_1 vào một điểm cố định A; quả cầu m_2 nối với lò xo k_2 vào một điểm cố định B (hình II.21).

Độ cứng của hai lò xo là $k_1 = 25$ N/m; $k_2 = 100$ N/m. Khi hai quả cầu ở vị trí cân bằng, hai lò xo không biến dạng, hai quả cầu tiếp xúc nhau. Bỏ qua khối lượng của các lò xo. Kéo m_1 lệch khỏi vị trí cân bằng về phía A một đoạn $A_1 = 10$ cm rồi buông ra không vận tốc ban đầu.



Hình II.21

1. Tìm vận tốc của mỗi quả cầu ngay sau khi chúng va chạm nhau.

2. Tìm độ nén cực đại của lò xo k_2 trong quá trình chuyển động của hai quả cầu.

3. Tìm khoảng thời gian giữa hai lần va chạm liên tiếp.

Coi va chạm là xuyên tâm, đàn hồi. Lấy $\pi^2 = 10$.

LỜI GIẢI

1. Tìm vận tốc của mỗi quả cầu ngay sau khi va chạm

Gọi v_1 là vận tốc của m_1 ngay trước khi va chạm, ta có

$$\frac{1}{2}m_1 v_1^2 = \frac{1}{2}k_1 A_1^2$$

$$\Rightarrow \quad v_1 = A_1\sqrt{\frac{k_1}{m_1}} = 10\sqrt{\frac{25}{0,1}} = 50\sqrt{10} \text{ (cm/s)}.$$

Gọi v'_1 và v'_2 là vận tốc của m_1 và m_2 ngay sau khi va chạm. Theo định luật bảo toàn động lượng, ta có

$$m_1v_1 = m_1v'_1 + m_2v'_2$$

Để ý rằng $m_1 = m_2 = m$,

ta được $v_1 = v'_1 + v'_2$ (1)

Mặt khác, định luật bảo toàn năng lượng cho ta

$$\frac{1}{2}m_1 v_1^2 = \frac{1}{2}m_1 v'^2_1 = \frac{1}{2}m_1 v'^2_2$$

Suy ra $v_1^2 = v'^2_1 + v'^2_2$

$$\Rightarrow \quad v_1^2 = (v'_1 + v'_2) - 2v'_1v'_2 \qquad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra

$$2v'_1v'_2 = 0$$

Dễ thấy v'_2 phải khác 0, do vậy

$$v'_1 = 0 \quad \text{và} \quad v'_2 = v_1 = 50\sqrt{10} \text{ (cm/s)}.$$

2. Tìm độ nén cực đại của lò xo k_2

Như vậy, sau khi va chạm m_1 dừng lại, toàn bộ năng lượng của m_1 được chuyển cho m_2. Gọi A_2 là độ nén cực đại của lò xo k_2, ta có được

$$\frac{1}{2}k_2 A_2^2 = \frac{1}{2}m v_1'^2 = \frac{1}{2}m v_1^2 = \frac{1}{2}k_1 A_1^2$$

Suy ra $$A_2 = A_1\sqrt{\frac{k_1}{k_2}} = 10\sqrt{\frac{25}{100}} = 5 \text{ (cm)}.$$

3. Tìm thời gian giữa hai lần va chạm liên tiếp

Gọi T_1, T_2 lần lượt là chu kì dao động riêng của hệ k_1, m_1 và hệ k_2, m_2, ta có

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}1}{25}} = \frac{2}{5} = 0{,}4 \text{ (s)}$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k_2}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}1}{100}} = 0{,}2 \text{ (s)}.$$

Dễ thấy khi m_2 đi về vị trí cân bằng để xảy ra lần va chạm thứ hai thì sau khi va chạm m_2 lại dừng lại, truyền toàn bộ năng lượng cho m_1 chuyển động tiếp. Quá trình tiếp diễn một cách tuần hoàn.

Lần va chạm thứ hai cách lần va chạm thứ nhất khoảng

$$t_2 = \frac{1}{2}T_2 = 0{,}1 \text{ (s)}.$$

Lần va chạm thứ ba cách lần va chạm thứ hai khoảng

$$t_3 = \frac{1}{2}T_1 = 0{,}2 \text{ (s)}$$

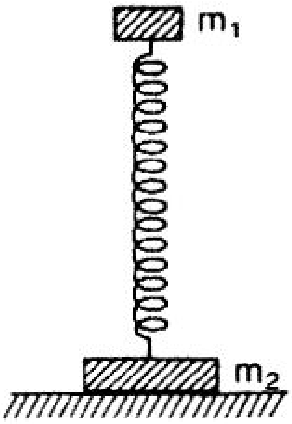
Tương tự $t_4 = 0{,}1$ s; $t_5 = 0{,}2$ s;...

BÀI 22

Một vật có khối lượng $m_1 = 1$ kg nối với một vật khối lượng m_2 = 4 kg bằng một lò xo có khối lượng không đáng kể (hình II.22). Vật m_1 thực hiện dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với tần số góc $\omega = 25$ rad/s và biên độ A = 1,6 cm. Lấy $g = 10\ m/s^2$.

1. Tìm giá trị cực đại và cực tiểu của lực mà hệ thống tác dụng lên mặt sàn.

2. Tìm điều kiện mà biên độ dao động của m_1 phải thoả mãn để trong quá trình dao động hệ thống không tách khỏi mặt sàn.



Hình II.22

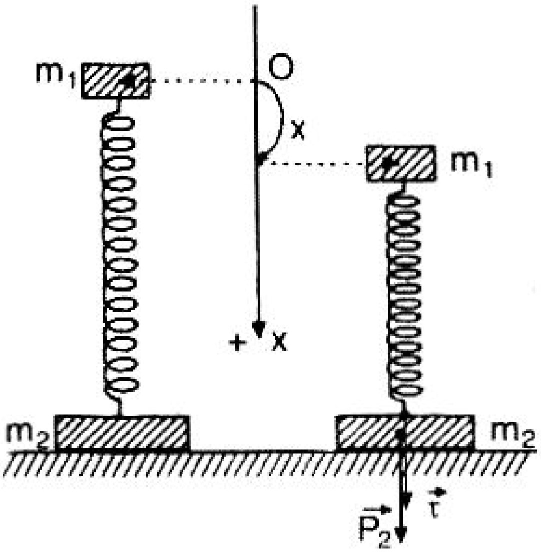
LỜI GIẢI

1. Tìm giá trị cực đại và cực tiểu của lực

Gọi Δl là độ nén của lò xo lúc m_1 ở vị trí cân bằng, k là độ cứng của lò xo, ta có

$$k\Delta l = m_1 g$$

Lấy trục tọa độ Ox, chiều dương hướng xuống, gốc O là vị trí cân bằng của m_1 (hình II.23).



Hình II.23

Khi m_1 ở tọa độ x, lực mà hệ thống tác dụng lên mặt sân $\vec{Q}$ là lực tổng hợp của trọng lực $\vec{P}_2$ của khối m_2 và lực đàn hồi $\vec{\tau}$ của lò xo

$$\vec{Q} = \vec{P}_2 + \vec{\tau} \qquad (1)$$

Chiếu (1) xuống trục Ox

$$Q = P_2 + \tau = m_2 g + k(\Delta l + x)$$

$$Q = m_2g + m_1g + kx$$

Q đạt max khi x = A (m_1 ở vị trí thấp nhất); Q đạt min khi x = –A (m_1 ở vị trí cao nhất)

* $$Q_{max} = (m_2 + m_1)g + kA = (m_2 + m_1)g + m_1\omega^2A$$

$$Q_{max} = (4 + 1).10 + 1.\ 25^2.\ 1,6\ .\ 10^{-2} = 60\ (N)$$

* $$Q_{min} = (m_2 + m_1)g - kA = (m_2 + m_1)g - m_1\omega^2A$$

$$Q_{min} = (4 + 1).10 - 1.\ 25^2.\ 1,6\ .\ 10^{-2} = 40\ (N).$$

2. Tìm điều kiện đối với biên độ dao động của m_1

Để hệ thống không tách khỏi mặt sàn, phải có

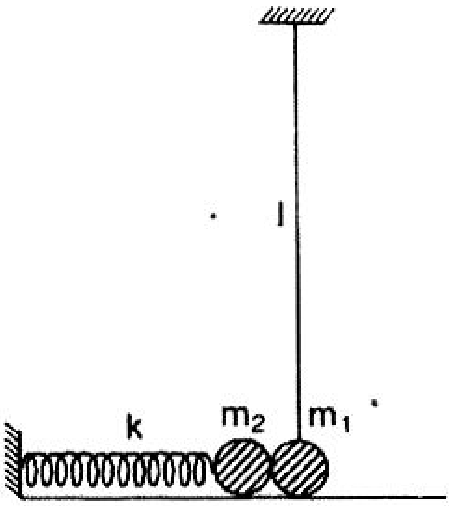
$$Q_{min} = (m_2 + m_1)g - m_1\omega^2A \geq 0$$

$$\Rightarrow\ A \leq \frac{(m_2 + m_1)g}{m_1\omega^2} = \frac{(4+1)10}{1.25^2} = 0,08\ (m).$$

BÀI 23

Cho một hệ cơ sắp đặt như ở hình II.24. Con lắc đơn có chiều dài l = 1m. Lò xo có khối lượng không đáng kể, có độ cứng k = 25 N/m. Hai vật nặng có khối lượng $m_1 = m_2 = m$ =100g. Khi hệ đứng yên cân bằng lò xo không biến dạng, hai quả cầu tiếp xúc nhau, dây treo thẳng đứng.

Kéo m_1 lệch khỏi vị trí cân bằng một góc $\alpha_0 = 0,1$ rad rồi buông không vận tốc ban đầu.



Hình II.24

1. Tìm vận tốc của vật m_1 ngay trước khi va chạm vào vật m_2.

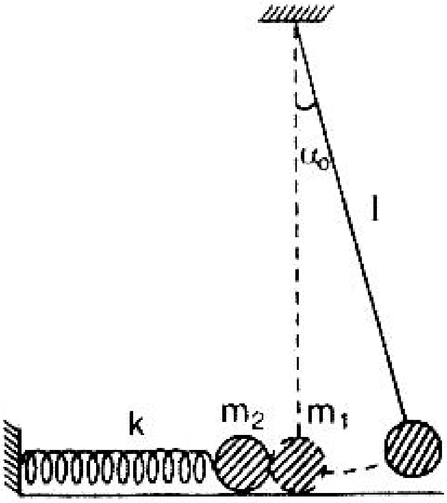
2. Tìm độ nén cực đại của lò xo sau khi va chạm.

3. Tìm chu kì chuyển động của hệ.

Coi va chạm là xuyên tâm, đàn hồi. Bỏ qua mọi ma sát. Lấy $g = 10\ m/s^2$ và $\pi^2 = 10$.

LỜI GIẢI

1. Tìm vận tốc của m_1 ngay trước khi va chạm



Hình II.25

Gọi v_1 là vận tốc của m_1 ngay trước khi va chạm vào m_2, theo định luật bảo toàn năng lượng, ta có

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = mgl(1 - \cos\alpha_0)$$

$$\Rightarrow\ v_1^2 = 2gl(1 - \cos\alpha_0)$$

$$= 2gl\ .\ 2\sin^2\frac{\alpha_0}{2}.$$

Vì α_0 nhỏ, nên

$$\sin\frac{\alpha_0}{2} = \frac{\alpha_0}{2},$$

suy ra $\qquad v_1^2 = gl\alpha_0^2$ hay $v_1 = \alpha_0\sqrt{gl}$

$$v_1 = 0{,}1\sqrt{10.1} = 0{,}314\ (m/s).$$

2. Tìm độ nén cực đại của lò xo

Gọi v_1' và v_2' lần lượt là vận tốc của m_1 và m_2 ngay sau khi va chạm. Theo định luật bảo toàn động lượng ta có

$$m\vec{v}_1 = m\vec{v}'_1 + m$$

$$\Rightarrow\ \vec{v}_1 = \vec{v}'_1 + \vec{v}'_2$$

Chiếu lên hướng của $\vec{v}_1$ ta được

$$v_1 = v'_1 + v'_2 \qquad (1)$$

Mặt khác, định luật bảo toàn năng lượng cho ta

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_1'^2 + \frac{1}{2}mv_2'^2$$

$$\Rightarrow\ v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2$$

$$\Rightarrow \quad v_1^2 = (v'_1 + v'_2)^2 - 2\,v'_1\,v'_2 \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) ta suy ra $2\,v'_1\,v'_2 = 0$

Dễ thấy $v'_2 \neq 0$ nên $v'_1 = 0$, do vậy

$$v'_2 = v_1 = 0{,}314 \text{ (m/s)}.$$

Như vậy, sau khi va chạm m_1 dừng lại, m_2 chuyển động từ vị trí cân bằng với vận tốc $v'_2 = v_1$. Ta thấy v'_2 là vận tốc cực đại của m_2 trong quá trình chuyển động. Do vậy, gọi A là độ nén cực đại của lò xo, ta có

$$v'_2 = v_{max} = \omega A = \sqrt{\frac{k}{m}}\,.\,A$$

Suy ra $$A = v'_2\sqrt{\frac{m}{k}} = 0{,}314\sqrt{\frac{0{,}1}{25}} = \frac{0{,}314}{5}\sqrt{\frac{1}{10}} = \frac{1}{50}\text{(m)}.$$

3. Tìm chu kì chuyển động của hệ

Sau khi va chạm lần 1, m_1 dừng lại tại vị trí cân bằng, m_2 chuyển động từ vị trí cân bằng với vận tốc v_1, đi được một đoạn A = 2 cm thì dừng lại, đổi chiều chuyển động đi trở lại đến va chạm với m_1 tại vị trí cân bằng với vận tốc v_1. Sau va chạm lần 2, m_2 dừng lại, m_1 lại chuyển động từ vị trí cân bằng với vận tốc v_1, đến lúc dây treo nghiêng với phương thẳng đứng góc α_0 thì m_2 dừng lại, đổi chiều chuyển động, đi xuống lặp lại quá trình vừa mô tả. Hệ chuyển động tuần hoàn với chu kì

$$T = \frac{1}{2}\,(T_1 + T_2)$$

$$= \frac{1}{2}\,(2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} + 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}})$$

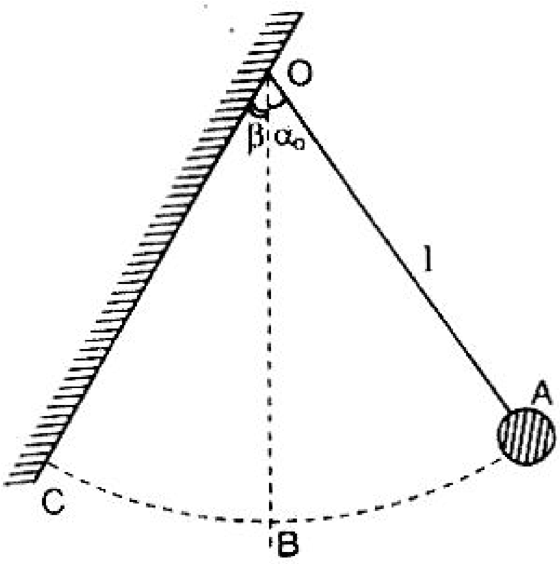
$$\Rightarrow \quad T = \pi\,(\sqrt{\frac{1}{10}} + \sqrt{\frac{0{,}1}{25}}) = \pi\,(\frac{1}{\pi} + \frac{1}{5\pi})$$

$$\Rightarrow \quad T = 1{,}2 \text{ (s)}.$$

BÀI 24

Một con lắc đơn có chiều dài l được treo tại một điểm cố định O trên một bức tường nghiêng với phương thẳng đứng góc β (hình II.26). Đưa quả lắc ra khỏi vị trí cân bằng sao cho dây treo nghiêng với phương thẳng đứng góc $\alpha_0 (\alpha_0 > \beta)$ rồi buông tay cho con lắc chuyển động không vận tốc ban đầu. Cho biết α_0, β đều là các góc nhỏ. Hãy xác định biểu thức tính chu kì của chuyển động trên theo l, α_0, β.

Coi va chạm của quả lắc với tường là tuyệt đối đàn hồi. Bỏ qua mọi ma sát.



Hình II.26

LỜI GIẢI

Khi buông tay, quả lắc chuyển động tới C, va chạm với tường. Vì va chạm là đàn hồi nên sau khi va chạm quả lắc bật trở lại với động năng bằng động năng ngay trước lúc va chạm. Do đó nó lại lên được tới A và lặp lại quá trình trên. Kết quả, quả lắc dao động tuần hoàn từ A đến C với chu kì

$$T = t_{AB} + t_{BC} + t_{CB} + t_{BA} = 2\,(t_{AB} + t_{BC})$$

Trong đó $t_{AB} = \frac{1}{4}\, 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{l}{g}}$.

Chọn chiều dương hướng từ B về phía C, chọn gốc thời gian là lúc vật đi qua vị trí cân bằng B theo chiều dương thì, nếu không có bức tường, phương trình dao động của con lắc viết theo tọa độ góc sẽ là

$$\alpha = \alpha_0 \sin\sqrt{\frac{g}{l}}\,.\,t$$

Sau thời gian t_{BC} con lắc sẽ ở tọa độ góc β. Khi đó ta có

$$\beta = \alpha_0 \sin\sqrt{\frac{g}{l}}\, t_{BC}$$

Suy ra $$t_{BC} = \sqrt{\frac{l}{g}} \arcsin\frac{\beta}{\alpha_0}$$

Ta có $$T = 2\,(t_{AB} + t_{BC}) = 2\left(\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{l}{g}} + \sqrt{\frac{l}{g}}\arcsin\frac{\beta}{\alpha_0}\right)$$

$$\Rightarrow\ T = \sqrt{\frac{l}{g}}\left(\pi + 2\arcsin\frac{\beta}{\alpha_0}\right).$$

BÀI 25

Một vật nhỏ khối lượng m = 0,1 kg được treo vào một dây cao su có hệ số đàn hồi k = 10 N/m. Đầu kia của dây cố định. Kéo lệch cho dây nằm ngang và có chiều dài tự nhiên l = 1m rồi thả vật không vận tốc ban đầu. Biết rằng dây cao su giãn nhiều nhất khi đi qua vị trí cân bằng (thẳng đứng), hãy tính độ giãn Δl của dây và vận tốc v_A của dây khi đi qua vị trí ấy. Bỏ qua khối lượng của dây. Lấy $g = 10\ m/s^2$.

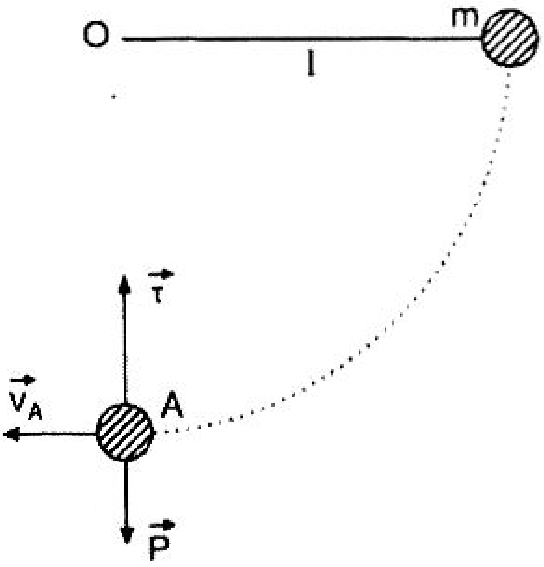
LỜI GIẢI

Chọn gốc thế năng tại vị trí thấp nhất (vị trí A, hình II.27). Theo định luật bảo toàn cơ năng, ta có

$$\frac{1}{2} m v_A^2 + \frac{1}{2} k\Delta l^2 = mg\,(l + \Delta l) \quad (1)$$

Khi đi qua A vật chịu tác dụng của lực hướng tâm

$$F_{ht} = \tau - mg$$



Hình II.27

$$\Rightarrow \quad m\frac{v_A^2}{l+\Delta l} = k\Delta l - mg$$

$$\Rightarrow \quad m v_A^2 = (k\Delta l - mg)(l + \Delta l) \qquad (2)$$

Thay vào (1), ta được

$$\frac{1}{2}(k\Delta l - mg)(l + \Delta l) + \frac{1}{2}k\Delta l^2 = mg(l + \Delta l)$$

Với k = 10 N/m; m = 0,1 kg; l = 1 m; g = 10 m/s², ta có

$$\frac{1}{2}(10\Delta l - 1)(1 + \Delta l) + \frac{1}{2}.10\,\Delta l^2 = 1 + \Delta l$$

$$\Rightarrow \quad 5\,\Delta l + 5\,\Delta l^2 - \frac{1}{2} - \frac{\Delta l}{2} + 5\,\Delta l^2 = 1 + \Delta l$$

$$\Rightarrow \quad 20\,\Delta l^2 + 7\,\Delta l - 3 = 0$$

Lời giải phương trình trên và chỉ chọn nghiệm dương, ta được $\Delta l = 0{,}25$ m. Từ phương trình (2) cho ta

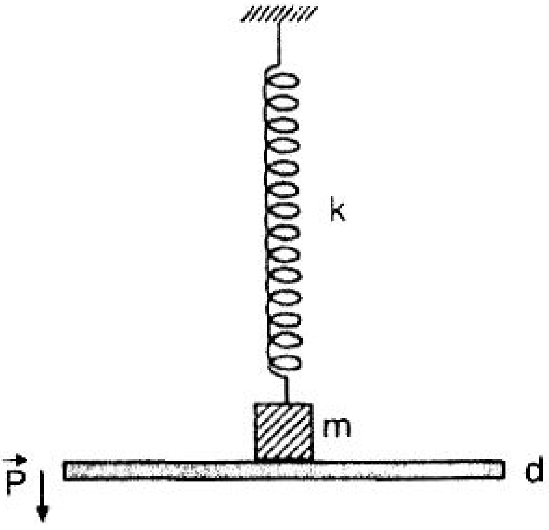
$$v_A = \sqrt{\frac{(k\Delta l - mg)(l + \Delta l)}{m}}$$

Thay số vào, ta được

$$v_A = \sqrt{\frac{(10.0{,}25 - 1)(1 + 0{,}25)}{0{,}1}} \approx 4{,}33\ (\text{m/s}).$$

BÀI 26

Một con lắc gồm một vật nặng có khối lượng m = 100g được treo vào đầu tự do của một lò xo có độ cứng k = 20 N/m. Vật m được đặt trên một giá đỡ nằm ngang (hình II.28). Ban đầu giữ giá đỡ để lò xo không bị biến dạng, rồi cho giá



Hình II.28

đỡ chuyển động thẳng xuống nhanh dần đều với gia tốc $a = 2m/s^2$. Lấy $g = 10\ m/s^2$.

1. Hỏi sau bao lâu thì vật m rời khỏi giá đỡ?

2. Tìm chu kì và biên độ dao động của vật.

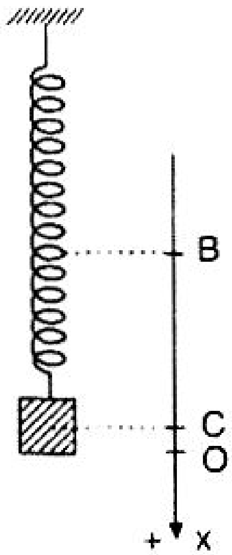
LỜI GIẢI

1. Sau bao lâu thì m tách khỏi giá đỡ

Lấy trục tọa độ Ox có phương thẳng đứng, chiều dương hướng xuống, gốc O là vị trí cân bằng của m. Ban đầu lò xo không bị biến dạng, vật ở vị trí B (hình II.29). Gốc thời gian là lúc cho giá đỡ chuyển động.

Khi chưa tách khỏi giá đỡ, vật m chịu tác dụng của trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{N}$ của giá đỡ và lực căng $\vec{\tau}$ của lò xo. Theo định luật II Niutơn, ta có

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{\tau} = m\vec{a}$$



Hình II.29

Giả sử đến điểm C vật rời khỏi giá đỡ. Khi đó phản lực N = 0 và vật vẫn có gia tốc $a = 2\ m/s^2$. Ta có phương trình

$$\vec{P} + \vec{\tau} = m\vec{a}$$

Chiếu xuống trục Ox, ta được

$$P - \tau = ma \quad \text{hay} \quad mg - k.BC = ma$$

Suy ra

$$BC = \frac{m(g-a)}{k} = \frac{0{,}1(10-2)}{20}$$

$$BC = 0{,}04\ m = 4\ (cm).$$

Mặt khác, gọi t là thời gian từ lúc bắt đầu chuyển động đến lúc vật m rời khỏi giá đỡ, ta có

$$BC = \frac{1}{2}at^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2.BC}{a}} = \sqrt{\frac{2.0,04}{2}} = 0,2\ (s).$$

2. Tìm chu kì, biên độ

* Tần số góc

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{20}{0,1}} = 10\sqrt{2}\ (rad/s).$$

Chu kì $$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10\sqrt{2}} \approx 0,44\ (s).$$

* Gọi Δl là độ giãn của lò xo lúc vật ở vị trí cân bằng ta có

$$k\Delta l = mg$$

$$BO = \Delta l = \frac{mg}{k} = \frac{0,1.10}{20} = 0,05\ (m) = 5\ (cm).$$

Ở vị trí C (tức ở thời điểm t = 0,2 s) lúc m tách khỏi giá đỡ, nó có vận tốc

$$v_c = at = 2\ .\ 0,2 = 0,4\ (m/s)$$

Mặt khác, theo hệ thức độc lập với thời gian, ta còn có

$$v_c = \omega\sqrt{A^2 - x_c^2}$$

$$A = \sqrt{\frac{v_c^2}{\omega^2} + x_c^2}$$

Trong đó $$|x_c| = CO = BO - BC$$

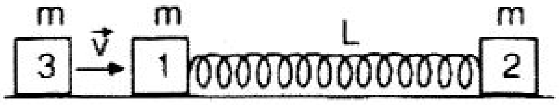
$$= 0,05 - 0,04 - 0,01\ (m)$$

Suy ra $$A = \sqrt{\frac{0,4^2}{(10\sqrt{2})^2} + 0,01^2} = \sqrt{\frac{0,16}{200} + 10^{-4}}$$

$$A = 0,03\ (m) = 3\ (cm)$$

BÀI 27

Hai vật 1 và 2 đều có khối lượng bằng m gắn chặt vào lò xo độ dài L, độ cứng k đứng yên trên mặt phẳng nằm ngang tuyệt đối nhẵn. Vật thứ 3 cũng có khối lượng m chuyển động với vận tốc V đến va chạm hoàn toàn đàn hồi với vật 1 (hình II.30).



Hình II.30

1. Chứng tỏ hai vật 1 và 2 luôn luôn chuyển động về cùng một phía.

2. Tìm vận tốc của hai vật 1 và 2 và khoảng cách giữa chúng vào thời điểm lò xo biến dạng lớn nhất.

LỜI GIẢI

Gọi vận tốc vật 1 và 2 vào thời điểm bất kì sau va chạm của vật 3 vào 1 là V_1, V_2; độ biến dạng của lò xo khi đó là x. áp dụng định luật bảo toàn động lượng, ta được

$$mV = m(V_1 + V_2)$$

hay
$$V = V_1 + V_2 \tag{1}$$

Mặt khác, theo định luật bảo toàn năng lượng

$$\frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}mV_1^2 + \frac{1}{2}mV_2^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

$$\Rightarrow \frac{kx^2}{m} = V^2 - (V_1^2 + V_2^2)$$

Kết hợp với (1)

$$\frac{kx^2}{m} = (V_1 + V_2)^2 - (V_1^2 + V_2^2) = 2V_1V_2$$

Suy ra
$$V_1V_2 = \frac{kx^2}{2m} \tag{2}$$

1. Vì $\frac{kx^2}{2m} > 0$ nên $V_1V_2 > 0$, tức V_1 và V_2 cùng dấu. Nghĩa

là sau khi va chạm hai vật 1 và 2 luôn luôn chuyển động về cùng một phía.

2. Vì $V_1 + V_2 = V$ không đổi, suy ra tích V_1V_2 cực đại, tức là $\frac{kx^2}{2m}$ cực đại khi $V_1 = V_2 = \frac{V}{2}$. Lúc này (2) trở thành

$$\frac{V^2}{4} = \frac{kx^2_{max}}{2m}$$

Suy ra $$x_{max} = V\sqrt{\frac{m}{2k}}$$

Vậy khi lò xo biến dạng lớn nhất thì

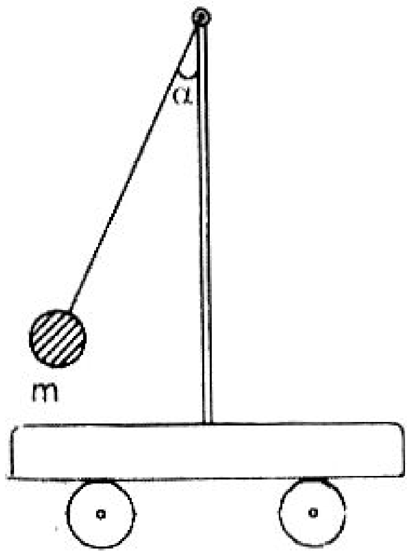
$$V_1 = V_2 = \frac{V}{2};$$

Lúc này khoảng cách giữa 1 và 2 là

$$S_{12} = L \pm x_{max} = L \pm V\sqrt{\frac{m}{2k}}.$$

BÀI 28

Một quả cầu có khối lượng m treo vào một giá đỡ bằng dây nhẹ dài l. Giá đỡ đặt trên một xe lăn có khối lượng M có thể dịch chuyển không ma sát trên một mặt phẳng nằm ngang (hình II.31). Kéo m cho dây lệch góc α rồi buông ra. Cho biết khối tâm của xe ở chân giá đỡ. Tìm chu kì và biên độ dao động của xe lăn và của quả cầu.



Hình II.31

LỜI GIẢI

Ban đầu m cách giá đỡ khoảng $x_o = l\alpha$ (α nhỏ).

Gọi A_1 và A_2 lần lượt là biên độ dao động của m và M. Vì chúng dao động quanh khối tâm đứng yên nên có

$$A_1 + A_2 = l\alpha ; \qquad \frac{A_1}{A_2} = \frac{M}{m}$$

$$\Rightarrow \quad A_1 = \frac{Ml\alpha}{M+m} ; \qquad A_2 = \frac{ml\alpha}{M+m}$$

Khi m ở vị trí thấp nhất thì thế năng của m đã chuyển hoàn toàn thành động năng của m và M nên chúng có các vận tốc lớn nhất là v_1 và v_2. Theo các định luật bảo toàn động lượng và năng lượng, ta có

$$mv_1 - Mv_2 = 0$$

$$\frac{1}{2}m v_1^2 + \frac{1}{2}M v_2^2 = mgl\,(1 - \cos\alpha)$$

$$\Rightarrow \quad v_2^2 = \frac{2m^2gl(1-\cos\alpha)}{M(M+m)}.$$

Vì α nhỏ nên $1 - \cos\alpha \approx \frac{\alpha^2}{2}$.

Suy ra $\qquad v_2^2 = \frac{m^2gl\alpha^2}{M(M+m)}$ hay $v_2 = m\alpha\sqrt{\frac{gl}{M(m+m)}}$

Mặt khác, giữa vận tốc cực đại và chu kì T có sự liên hệ

$$v_2 = \omega_2 A_2 = \frac{2\pi}{T_2}A_2$$

$$\Rightarrow \quad T_2 = \frac{2\pi A_2}{v_2} = 2\pi\frac{l}{M+m}\sqrt{\frac{M(M+m)}{gl}}$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{lM}{g(M+m)}}$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g(1+\frac{m}{M})}}.$$

Làm tương tự, ta cũng tính được chu kì dao động của m là $T_1 = T_2$. Hai dao động cùng chu kì và ngược pha nhau.

BÀI 29

Khoảng cách giữa hai ngọn sóng biển liên tiếp là 5 m. Một thuyền máy đi ngược chiều sóng thì tần số va chạm của sóng vào thuyền là 4 Hz. Nếu thuyền máy đi xuôi chiều sóng thì tần số va chạm là 2 Hz. Tính vận tốc truyền của sóng biển và vận tốc của thuyền máy. Biết vận tốc truyền của sóng biển lớn hơn vận tốc của thuyền.

LỜI GIẢI

Gọi v là vận tốc của sóng biển, u là vận tốc của thuyền máy, λ là bước sóng.

Khi thuyền máy đi ngược chiều sóng thì vận tốc truyền của sóng đối với thuyền là v + u. Lúc này ta có

$$\lambda = \frac{v+u}{fn} \Rightarrow v + u = \lambda.fn = 5\ .\ 4$$

$$\Rightarrow \quad v + u = 20 \qquad (1)$$

Khi thuyền máy đi xuôi chiều sóng thì vận tốc truyền của sóng đối với thuyền máy là v – u. Lúc này, ta có

$$\lambda = \frac{v-u}{fx} \Rightarrow v - u = \lambda\, fx = 5\ .\ 2$$

$$\Rightarrow \quad v - u = 10 \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) ta suy ra

$$v = 15\ (m/s); \quad u = 5\ (m/s).$$

BÀI 30

Trong một thí nghiệm về giao thoa sóng trên mặt nước, hai nguồn kết hợp A và B dao động với tần số f = 16 Hz. Tại một điểm M cách nguồn A, B những khoảng $d_1 = 30$ cm, $d_2 = 25{,}5$ cm, sóng có biên độ cực đại. Giữa M và trung trực của AB có hai dãy cực đại khác. Tính vận tốc truyền sóng trên mặt nước.

LỜI GIẢI

Vì điểm M dao động cực đại nên có $d_1 - d_2 = k\lambda$. Dãy cực đại ứng với k = 0 ($d_1 - d_2 = 0$) chính là trung trực của AB. Do giữa M và trung trực của AB có hai dãy cực đại khác, suy ra M nằm trên dãy cực đại ứng với k = 3. Như vậy, ta có

$$d_1 - d_2 = 3\lambda$$

$$\Rightarrow \quad \lambda = \frac{d_1 - d_2}{3} = \frac{30 - 25{,}5}{3} = 1{,}5 \text{ (cm)}.$$

Vận tốc truyền sóng trên mặt nước

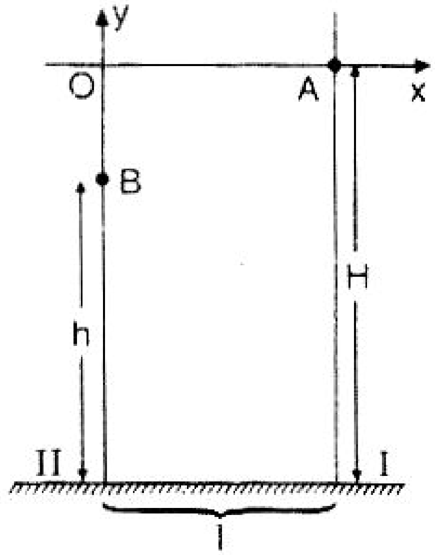
$$v = \lambda f = 1{,}5 \,.\, 16 = 24 \text{ (cm/s)}.$$

Phần III

MỘT SỐ ĐỀ THI VÀO ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG TRONG NHỮNG NĂM GẦN ĐÂY

ĐỀ 1

Có hai bức tường song song với nhau và cách nhau một khoảng $l = 5,8$ m. Tại điểm A trên bức tường I, cách mặt đất $H = 10$ m và tại điểm B trên bức tường II, cách mặt đất $h = 7,4$ m có hai viên đá. Người ta phóng viên đá theo phương nằm ngang từ điểm A về phía tường II với vận tốc $v_1 = 2\,m/s$. Sau 0,2 s, người ta phóng viên đá từ điểm B cũng theo phương nằm ngang về phía tường I với vận tốc v_2. Bỏ qua sức cản của không khí.



a) Lập phương trình quỹ đạo của 2 viên đá dưới dạng liên hệ trực tiếp giữa x và y. Hệ trục tọa độ được xác định như hình vẽ dưới đây (Ox song song với mặt đất và chứa điểm A, Oy vuông góc với mặt đất và chứa điểm B. Lấy thời điểm ném viên đá ở A làm gốc thời gian.

b) Tính v_2 để 2 viên đá chạm nhau trong khi chuyển động. Điểm chạm nhau cách bức tường II bao nhiêu, cách mặt đất bao nhiêu ?

Lấy $g = 10\,m/s^2$

ĐỀ 2

a) Treo vào điểm O cố định đầu của một lò xo có khối lượng không đáng kể, độ dài tự nhiên l_o = 30 cm. Đầu phía dưới của lò xo treo một vật M, lò xo dãn ra một đoạn bằng 10 cm. Bỏ qua mọi lực cản, cho biết gia tốc trọng trường $g = 10\ m/s^2$. Nâng vật M lên đến vị trí cách O một khoảng bằng 3,8 cm rồi truyền cho vật một vận tốc ban đầu hướng xuống dưới bằng 20cm/s.

Viết phương trình dao động của vật M.

b) Giữ nguyên các điều kiện như câu (a), nếu treo con lắc kể trên vào trần một xe đang chuyển động thẳng đều trên đoạn đường dốc hợp với mặt phẳng ngang một góc 15^0 thì dao động của con lắc có thay đổi gì so với dao động của nó trong trường hợp câu (a)

ĐỀ 3

Một con lắc đơn gồm một quả cầu có khối lượng 60 g treo vào một sợi dây dài 1m, ở một nơi có gia tốc trọng trường $g = 9{,}86\ m/s^2$ (bỏ qua mọi ma sát).

1– Góc lệch cực đại của con lắc so với phương thẳng đứng là $\alpha_m = 30^0$.

a) Thành lập công thức tính vận tốc của quả cầu và lực căng của dây treo.

b) Tính vận tốc lớn nhất của quả cầu, lực căng nhỏ nhất của dây treo.

2– Treo con lắc trên vào trần một thang máy, kéo thang máy lên nhanh dần đều với gia tốc a, người ta thấy chu kỳ của con lắc (khi nó dao động với biên độ góc nhỏ) giảm 3% so với chu kì của nó lúc thang máy đứng yên.

Xác định gia tốc a ?

ĐỀ 4

Từ một điểm A trên sườn một quả đồi, một vật được ném theo phương nằm ngang với vận tốc 10 m/s. Theo thiết diện thẳng đứng chứa phương ném thì sườn đồi là một đường thẳng nghiêng một góc $\alpha = 30^0$ so với phương nằm ngang. Điểm rơi B của vật trên sườn đồi cách A bao nhiêu ? Lấy $g = 10 m/s^2$.

ĐỀ 5

Trong thí nghiệm giao thoa sóng, người ta tạo ra trên mặt nước hai nguồn sóng A, B dao động với phương trình $U_A = U_B = 5 \sin 10\pi t$ (cm). Vận tốc sóng là 20cm/s (coi biên độ sóng không đổi).

a) Viết phương trình dao động tại M trên mặt nước cách A, B lần lượt 7,2 cm và 8,2 cm. Hãy nhận xét về dao động này.

b) Một điểm N trên mặt nước với AN – BN = –10 cm. Hỏi điểm này nằm trên đường dao động cực đại hay đường đứng yên ? Là đường thứ bao nhiêu và về phía nào so với đường trung trực của AB ?

ĐỀ 6

Hai đầu A và B của một mẩu dây thép nhỏ hình chữ U được đặt chạm vào mặt nước. Cho mẩu dây thép dao động điều hòa theo phương vuông góc với mặt nước.

1– Trên mặt nước thấy có gợn sóng hình gì ? Giải thích hiện tượng (không cần tính toán).

2– Cho biết khoảng cách AB = 6,5 cm, tần số dao động f = 80 Hz ; vận tốc truyền sóng v = 32 cm/s ; biên độ sóng không đổi a = 0,5 cm.

a) Lập phương trình dao động tổng hợp tại điểm M trên mặt nước cách A một khoảng d_1 = 7,79 cm và cách B một khoảng d_2 = 5,09 cm.

b) So sánh pha của dao động tổng hợp tại M và dao động tại 2 nguồn A và B.

3- Tìm số gợn sóng lồi và vị trí của chúng trên đoạn AB.

ĐỀ 7

1. Con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương nằm ngang theo quy luật $x(t) = A\sin(\omega t + \varphi)$.

a) Viết các biểu thức thế năng tức thời W_t và động năng tức thời $W_đ$ của con lắc.

b) Chứng minh cơ năng của con lắc bảo toàn trong quá trình dao động.

2- Một con lắc lò xo gồm quả cầu nhỏ có khối lượng m = 0,1 kg gắn vào đầu một lò xo có khối lượng không đáng kể, đầu kia cố định. Con lắc dao động theo phương nằm ngang theo quy luật:

$$x(t) = A\sin\left(20t + \frac{\pi}{2}\right)\ (\text{cm})$$

a) Tính chu kì T của con lắc, độ cứng k của lò xo.

b) Ở vị trí ứng với x bằng bao nhiêu thì con lắc có thế năng bằng ba lần động năng ?

ĐỀ 8

Một con lắc đơn dao động điều hòa với chu kỳ T = 4 s và biên độ S_0 = 6 cm.

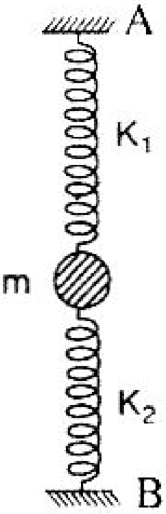
a) Viết phương trình dao động. Chọn gốc thời gian là lúc con lắc qua vị trí cân bằng theo chiều dương.

b) Tính thời gian để con lắc đi từ :

– Vị trí cân bằng đến vị trí s = 3 cm.

– Vị trí s = 3 cm đến vị trí S_0 = 6 cm. Có nhận xét gì về kết quả tìm được.

ĐỀ 9



Hai lò xo có độ dài tự nhiên và độ cứng tương ứng là :
L_{01} = 20 cm, K_1 = 15 N/m và L_{02}, K_2 = 20 N/m .

Một vật m có khối lượng 200 g, có bề dày 4 cm, được nối vào đầu 2 lò xo, hai đầu lò xo còn lại được nối vào hai điểm cố định A và B có chiều dài AB = 52 cm.

Cho gia tốc trọng trường g = 10 m/s^2 .

1– Đặt AB thẳng đứng như hình vẽ. Khi m nằm cân bằng thì độ dài hai lò xo bằng nhau.

Tìm chiều dài tự nhiên của lò xo thứ hai L_{02}.

2– Cho m dao động theo phương thẳng đứng. Chứng minh rằng m dao động điều hòa. Tính chu kỳ T ?

3– Đưa m đến vị trí mà lò xo thứ nhất không biến dạng, rồi cung cấp cho m vận tốc ban đầu v_0 = 30,55 cm/s theo phương thẳng đứng hướng lên trên. Chọn lúc đó là gốc thời gian và vị trí cân bằng là gốc trục Ox hướng thẳng xuống dưới. Viết phương trình dao động của m.

ĐỀ 10

Treo một con lắc đơn vào một tấm gỗ thẳng đứng. Dây treo mềm có chiều dài là l = 1m. Dọc theo đường thẳng đứng, cách điểm treo con lắc một đoạn $\frac{l}{2}$, người ta đóng một chiếc đinh. Khi dao động, con lắc sẽ vướng vào đinh.

1- Tính chu kì của con lắc.

2- Chu kỳ của con lắc là bao nhiêu, nếu con lắc và tấm gỗ chuyển động theo phương thẳng đứng lên phía trên với gia tốc $a = \frac{g}{2}$.

3- Đem con lắc và tấm gỗ lên Mặt Trăng. Chu kỳ dao động của nó là bao nhiêu ? Biết rằng khối lượng Trái Đất gấp 81 lần khối lượng Mặt Trăng. Bán kính Trái Đất bằng 3,7 lần bán kính Mặt Trăng. (Cho $g = 10\ m/s^2$)

ĐỀ 11

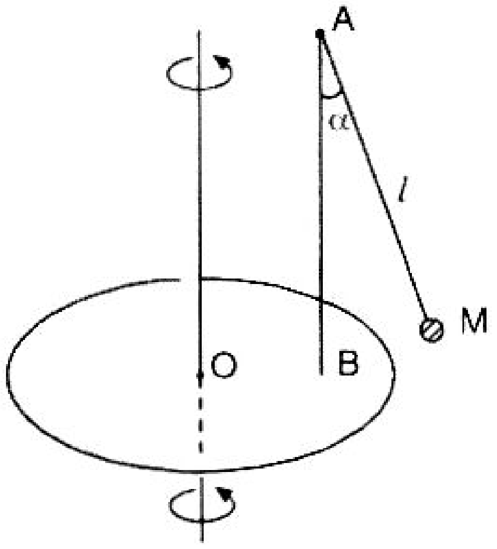
Một đĩa phẳng tròn có bán kính R = 10 cm, nằm ngang và quay đều quanh trục thẳng đứng đi qua tâm của đĩa.

1- Nếu mỗi giây đĩa quay được 1,5 vòng thì vận tốc dài của một điểm ở mép đĩa là bao nhiêu ?

2- Trên mặt đĩa có đặt một vật kích thước nhỏ, hệ số ma sát giữa vật và đĩa là $\mu = 0,1$. Hỏi với những giá trị nào của vận tốc góc ω của đĩa thì vật đặt trên đĩa dù ở vị trí nào cũng không bị trượt ra phía ngoài đĩa. Cho gia tốc trọng trường $g = 10\ m/s^2$.

3- Treo một con lắc đơn vào đầu thanh AB cắm thẳng đứng trên mặt đĩa, đầu B cắm vào đĩa tại điểm cách tâm quay R/2. Cho AB = 2 R.

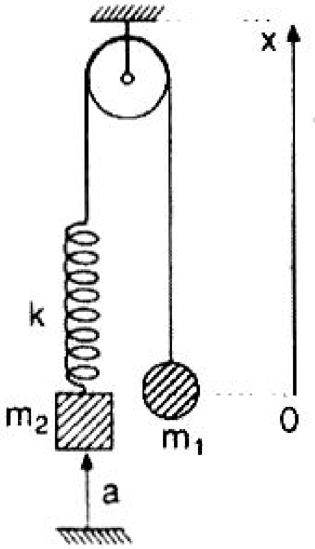
a) Chứng minh rằng khi đĩa quay đều thì phương dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc α nằm trong mặt phẳng chứa AB và trục quay.



b) Tìm vận tốc góc ω của đĩa quay để $\alpha = 30^0$, biết chiều dài con lắc $l = R$

ĐỀ 12

Cho hệ cơ học cơ học như hình vẽ, $k = 100\,N/m$; $m_1 = 400$ g ; $m_2 < m_1$. Kéo m_1 xuống và giữ nó bằng một lực 5 N rồi thả nhẹ tại thời điểm $t = 0$. Vậy m_2 đứng yên khi m_1 dao động.



1– Chứng minh m_1 dao động điều hòa. Viết phương trình dao động. Lấy trục Ox như hình vẽ, O là vị trí cân bằng, $g = 10\,m/s^2$, $\pi^2 \approx 10$.

2– Cho $m_2 = 200$ g. Viết biểu thức lực căng của đoạn dây a.

3– Xác định khối lượng tối đa của m_2 để nó còn đứng yên.

ĐỀ 13

Một vật được ném lên với vận tốc ban đầu $v_0 = 21\,m/s$ có phương hợp với phương nằm ngang góc $\alpha = 60^0$, cho $g = 9{,}8\,m/s^2$.

1– Viết phương trình quỹ đạo của vật.

2– Tính độ-cao cực đại theo phương thẳng đứng và quãng đường cực đại theo phương nằm ngang mà vật đạt được.

3– Khi vật ở độ cao $h = 15$m thì vận tốc của vật bằng bao nhiêu và phương vận tốc hợp với phương nằm ngang một góc bằng bao nhiêu ? (Bỏ qua mọi sức cản của môi trường)

ĐỀ 14

1– Một mũi nhọn S chạm vào mặt nước. Khi S dao động với tần số 50 Hz, nó tạo ra trên mặt nước một sóng có biên độ 5 mm. Khoảng cách giữa 9 gợn lồi liên tiếp là 6,4 m.

a) Tính vận tốc truyền sóng.

b) Viết phương trình dao động tại điểm M nằm trên mặt nước cách nguồn S một khoảng 5,2 cm. Coi biên độ sóng không đổi.

2– Nếu chiếu sáng mặt nước bằng đèn nhấp nháy phát ra 13,5 chớp sáng trong 1 giây thì ta có quan sát thấy sóng lan truyền không ? Giải thích.

3– Xét hai mũi nhọn S_1, S_2 cách nhau một khoảng $a = 10$ cm chạm vào mặt nước và cùng dao động. Phương trình dao động ở hai nguồn S_1, S_2 là :

$$U_{S_1} = U_{S_2} = U_0 \sin \omega t ,$$

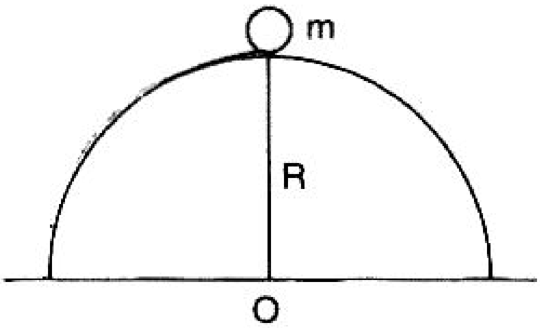
với $U_0 = 5$ mm, $\omega = 100\pi$ rad/s, vận tốc truyền sóng là 40 cm/s .

a) Tìm phương trình dao động tại điểm N trên mặt nước cách S_1, S_2 lần lượt là $d_1 = 7$ cm, $d_2 = 9$ cm.

b) Tìm số các gợn lồi trên đoạn S_1S_2.

ĐỀ 15

Một vật nhỏ khối lượng m trượt không ma sát với vận tốc ban đầu bằng không từ một vật hình bán cầu có bán kính R = 9 m đặt trên mặt đất phẳng nằm ngang như hình vẽ.



Cho $g = 9,8$ m/s^2 , bỏ qua sức cản của không khí.

1- Tại độ cao nào so với mặt đất, thì vật sẽ rơi tách ra khỏi mặt bán cầu ?

2- Viết phương trình quỹ đạo của vật khi đó.

3- Tìm khoảng cách từ điểm vật rơi trên mặt đất đến tâm O và độ lớn vận tốc của vật tại điểm rơi đó.

ĐỀ 16

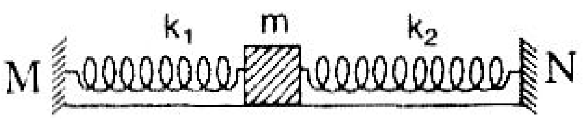
Hai âm thoa giống nhau được coi như hai nguồn phát sóng âm kết hợp S_1 và S_2, cách nhau một khoảng $S_1S_2 = 2$ m, cùng phát âm cơ bản có tần số f = 420 Hz. Hai nguồn S_1 và S_2 có cùng biên độ dao động a, cùng pha ban đầu, vận tốc truyền âm trong không khí là v = 336 m/s .

a) Chứng minh rằng trên đoạn thẳng S_1S_2 có những điểm tại đó nhận được âm thanh với biên độ cực đại.

b) Hãy xác định vị trí các điểm đó trên đoạn thẳng S_1S_2. Coi biên độ sóng âm tại một điểm bất kỳ trên phương truyền sóng đều bằng biên độ a của nguồn.

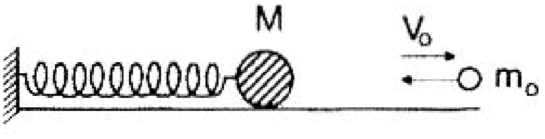
ĐỀ 17

Một vật khối lượng m = 1kg được gắn với hai lò xo có độ cứng k_1, k_2 như hình vẽ. Hai lò xo có cùng chiều dài tự nhiên $l_o = 94$ cm và $k_1 = 3\,k_2$. Khoảng cách MN = 188 cm. Kéo vật theo phương MN tới vị trí cách M một đoạn bằng 90 cm rồi buông nhẹ cho vật dao động điều hòa. Sau thời gian $t = \frac{\pi}{30}$ (s) kể từ lúc buông ra vật đi được quãng đường dài 6 cm.



Tính k_1 và k_2. Bỏ qua mọi ma sát, khối lượng các lò xo và kích thước của vật. Cho độ cứng của hệ lò xo là $k = k_1 + k_2$.

ĐỀ 18



Cho một hệ dao động như hình vẽ. Lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng k. Vật M = 400 g có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang. Hệ đang ở trạng thái cân bằng, dùng một vật m_0 = 100 g bắn vào M theo phương nằm ngang với vận tốc $v_0 = 1\,m/s$. Va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Sau khi va chạm, vật M dao động điều hòa, chiều dài cực đại và cực tiểu của lò xo lần lượt là 28 cm và 20 cm.

1– Tìm chu kỳ dao động của vật M và độ cứng k của lò xo.

2– Đặt một vật m = 100 g lên trên vật M, hệ gồm 2 vật m + M đang đứng yên, vẫn dùng vật m_0 bắn vào với cùng vận tốc v_0. Va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Sau khi va chạm, ta thấy cả 2 vật cùng dao động điều hòa.

Viết phương trình dao động của hệ (m + M). Chọn gốc của hệ tọa độ ở vị trí cân bằng và gốc thời gian là lúc bắt đầu va chạm.

3– Cho biết hệ số ma sát giữa m và M là 0,4.

Hỏi vận tốc v_0 của vật m_0 phải nhỏ hơn một giá trị bằng bao nhiêu để vật m vẫn đứng yên (không bị trượt) trên vật M trong khi hệ dao động. Cho $g = 10\,m/s^2$.

ĐỀ 19

Một vật m = 10 kg treo vào trần buồng thang máy có khối lượng M = 200 kg, vật cách sàn 2 m. Một lực F không đổi kéo buồng thang máy chuyển động lên.

a) Tính lực kéo F và lực căng của dây treo vật. Biết gia tốc của buồng là $1\,m/s^2$.

b) Trong lúc buồng thang chuyển động lên, dây treo vật bị đứt. Tính gia tốc ngay sau đó của buồng thang.

c) Tính thời gian để vật rơi xuống sàn buồng thang ? Cho $g = 10\,m/s^2$.

ĐỀ 20

Một sóng cơ học được truyền từ O theo phương y với vận tốc $v = 40\,cm/s$. Năng lượng sóng cơ bảo toàn khi truyền đi. Dao động tại điểm O có dạng $x = 4\sin\frac{\pi}{2}t$ (cm).

a) Xác định chu kì T và bước sóng λ.

b) Viết phương trình dao động tại điểm M trên phương truyền sóng cách O một đoạn bằng d.

Hãy xác định d để dao động tại điểm M cùng pha dao động tại điểm O ?

c) Biết li độ của dao động tại M ở thời điểm t là 3 cm. Hãy xác định li độ của điểm đó sau 6s ?

ĐỀ 21

1- Con lắc lò xo được treo tại một điểm cố định và dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Cho $k = 100\,N/m$, $m = 100g$. Thả vật cho dao động từ vị trí lò xo chưa biến dạng với vận tốc ban đầu bằng không. Chọn gốc tọa độ ở vị trí cân bằng gốc thời gian lúc động năng bằng thế năng và vật đang có vận tốc dương, li độ dương.

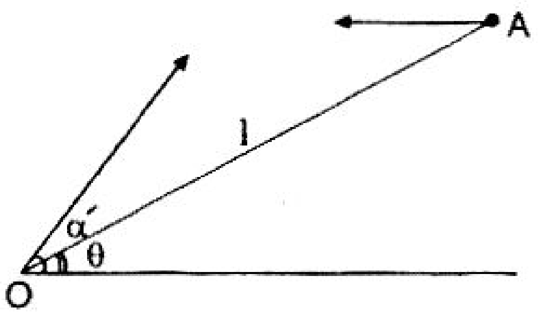
Viết phương trình dao động [dạng $x = A\sin(\omega t + \varphi)$]

2- Con lắc đơn có $l = 1m$, $m = 100g$, dao động với biên độ $A = 1$ cm, pha ban đầu $\varphi = \frac{\pi}{2}$ (lấy $g = \pi^2 = 10$)

a) Tìm biểu thức của vận tốc, thế năng của dao động.

b) Vẽ đồ thị thế năng (trục tung biểu diễn thế năng, trục hoành biểu diễn thời gian).

ĐỀ 22



Sườn một cái đồi có thể coi là một mặt phẳng nghiêng một góc $\theta = 30^0$ so với phương ngang. O ở chân đồi, A là điểm trên sườn đồi cách O một khoảng l = 30m (như hình vẽ). Một súng cối bắn một quả đạn với vận tốc ban đầu V_o. Hãy tính V_o trong hai trường hợp:

1– Súng cối đặt ở A, nòng súng nằm ngang, đạn rơi trúng điểm O.

2– Súng đặt ở O, nòng súng chếch một góc 60^0 so với phương ngang. Đạn rơi trúng điểm A (lấy $g = 9{,}8\ m/s^2$)

ĐỀ 23

Một lò xo có độ dài tự nhiên l_o, khối lượng bỏ qua. Một đầu của lò xo được treo vào một điểm O cố định, đầu kia treo một vật có khối lượng m = 100 g. Cho vật dao động thẳng đứng thì thấy chiều dài lò xo biến thiên từ $l_1 = 20$ cm đến $l_2 = 22$ cm và cứ 2 giây có 10 dao động.

1– Tính độ cứng k và chiều dài l_o của lò xo (lấy $g = 10\,m/s^2$, $\pi^2 = 10$).

2– Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, chiều dương hướng xuống dưới, gốc thời gian là thời điểm vật ở vị trí cao nhất.

Hãy viết phương trình dao động của vật, chứng tỏ vận tốc của vật tại vị trí cân bằng không phụ thuộc vào việc chọn gốc tọa độ và thời gian.

3- Nếu điểm treo O chuyển động thẳng đứng lên trên với gia tốc $a = 5\,m/s^2$, hãy tính ra Niutơn khoảng biến thiên của lực tác dụng của lò xo lên điểm treo O. Chu kì, biên độ, chiều dài cực đại, cực tiểu của lò xo thay đổi thế nào ?

ĐỀ 24

Như hình vẽ, cho $m_2 = 3$ kg.

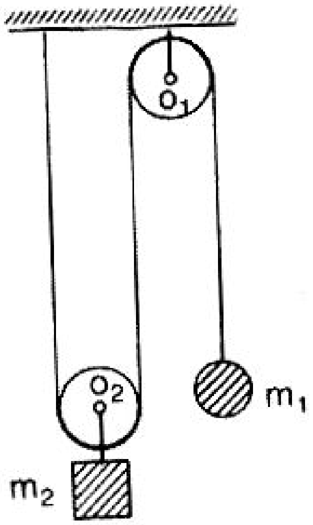
1- Hỏi m_1 bằng bao nhiêu để hệ ở trạng thái cân bằng. Bỏ qua các ma sát và khối lượng của ròng rọc.

2- Khi lực đang ở trạng thái cân bằng, nếu đặt thêm một gia trọng $\Delta m = 0{,}5$ kg, hãy tính độ lớn và chiều của gia tốc $\vec{a}_1$ của vật m_1 trong 2 trường hợp:

a) Δm đặt vào m_1.

b) Δm đặt vào m_2.

Cho biết $g = 10\,m/s^2$.



ĐỀ 25

Một con lắc lò xo có khối lượng của vật m = 1 kg, dao động điều hòa có phương trình là $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ và có cơ năng E = 0,125 J. Tại thời điểm ban đầu, vật có vận tốc $v = 0{,}25\,m/s$ và gia tốc $a = -6{,}25.\sqrt{3}\,m/s^2$.

a) Tính A, φ, ω và độ cứng k của lò xo.

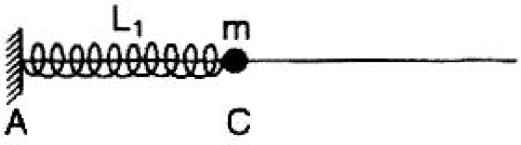
b) Tìm động năng và thế năng của con lắc ở thời điểm $t = 7{,}25$ T với T là chu kì dao động của con lắc.

ĐỀ 26

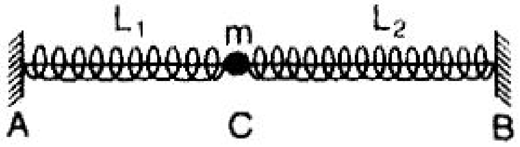
Một quả cầu C có kích thước không đáng kể, khối lượng m = 250g được mắc vào một đầu lò so L_1 có khối lượng không đáng kể, độ cứng k_1 = 25 N/m sao cho nó có thể trượt dọc theo một thanh kim loại mảnh nằm ngang. Đầu kia của lò xo được giữ cố định ở điểm A (hình 1). Coi ma sát và lực cản của không khí là không đáng kể.

a) Kéo quả cầu ra khỏi vị trí cân bằng và thả cho nó dao động không có vận tốc ban đầu. Chứng minh rằng quả cầu dao động điều hoà; xác định chu kỳ của dao động này.

b) Nối quả cầu trên với một đầu lò xo L_2 có khối lượng không đáng kể, có độ cứng k_2 =75 N/m. Đầu còn lại của lò xo L_2 được giữ cố định ở điểm B sao cho tổng độ giãn của cả 2 lò xo L_1 và L_2 bằng d = 4 cm (hình 2). Kéo quả cầu về phía điểm B tới vị trí mà lò xo L_2 có độ dài tự nhiên của nó rồi thả cho quả cầu dao động. Chứng minh rằng cơ hệ dao động điều hòa và thiết lập phương trình dao động của quả cầu. Chọn thời điểm ban đầu là điểm cơ hệ bắt đầu dao động.



Hình 1



Hình 2

ĐỀ 27

Một lò xo có khối lượng không đáng kể, có độ cứng k = 100 N/m, một đầu gắn vào một điểm A của một vật cố định, đầu còn lại gắn vào một vật nhỏ có khối lượng m = 1 kg. Vật m có thể dao động trên trục x nằm ngang hướng từ A đến m. Điểm gắn A chịu được lực nén tuỳ ý, nhưng chỉ chịu được lực kéo có độ lớn tối đa là F_o = 2N. Nén lò xo bằng một lực có độ lớn F = 1 N không đổi đặt vào m. Bỏ qua các lực ma sát.

a) Tính độ biến dạng của lò xo lúc m ở vị trí cân bằng.

b) Tại thời điểm t = 0 ngừng đột ngột tác dụng lực F. Viết phương trình li độ dao động của m tại thời điểm bất kỳ, giả thiết lò xo không bị tuột khỏi A.

c) Viết biểu thức lực mà lò xo tác dụng vào vật cố định ở đầu A.

d) Vật m ở vị trí nào thì lực đó là lực kéo cực đại.

e) F bằng bao nhiêu thì lò xo chưa bị tuột khỏi A.

ĐỀ 28

Một lò xo (khối lượng không đáng kể), có độ cứng 100N/m, đầu trên gắn cố định, đầu dưới treo một vật có khối lượng 400 g. Kéo vật xuống dưới vị trí cân bằng theo phương thẳng đứng một đoạn $\sqrt{2}$ cm và truyền cho nó vận tốc $10\sqrt{5}$ cm/s. Bỏ qua ma sát.

1– Chứng minh vật dao động điều hòa.

2– Viết phương trình dao động của vật với điều kiện chọn gốc tọa độ ở vị trí cân bằng, trục Ox hướng xuống, thời điểm ban đầu (t = 0) vật ở vị trí x = +1cm và chuyển động theo chiều dương 0x. Lấy $\pi^2 = 10$.

3– Treo thêm vật có khối lượng m_2, chu kỳ dao động của 2 vật là 0,5 s. Tìm chu kỳ dao động khi chỉ treo m_2.

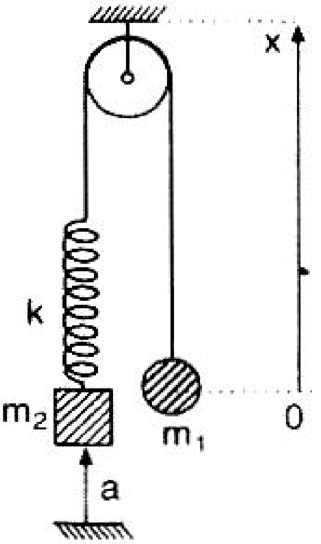
ĐỀ 29

Cho hệ cơ học như hình vẽ: k = 100 N/m, m = 400 g; $m_1 > m_2$. Kéo m_1 xuống và giữ nó bằng một lực 5N rồi thả nhẹ tại thời điểm t = 0. Vật m_2 đứng yên khi m_1 dao động.

1– Chứng tỏ m_1 dao động điều hòa và viết phương trình dao động. Lấy trục Ox như hình vẽ. O là vị trí cân bằng, $g = 10m/s^2$, $\pi^2 = 10$.

2– Cho $m_2 = 200g$. Viết biểu thức lực căng của đoạn dây a.

3– Xác định khối lượng tối đa của m_2 để nó còn đứng yên.

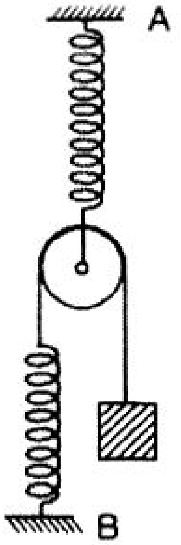


ĐỀ 30

Cho một lò xo cấu tạo đồng đều, khối lượng không đáng kể, có chiều dài tự nhiên $l_0 = 45$ cm, hệ số đàn hồi k = 200 N/m. Cắt lò xo đã cho thành hai lò xo L_1 và L_2 có chiều dài và hệ số đàn hồi tương ứng là l_1, k_1 và l_2, k_2 với $l_2 = 2l_1$.

1– Chứng minh rằng $\frac{k_1}{k_2} = \frac{l_2}{l_1}$. Tính k_1, k_2.

2– Bố trí hệ cơ học như hình vẽ. Bỏ qua mọi sức cản, hệ sẽ dao động theo phương thẳng đứng, các điểm A, B của 2 lò xo được gắn cố định, các dây nối không co giãn, khối lượng của ròng rọc và các dây nối bỏ qua. Kéo vật m xuống dưới theo phương thẳng đứng khỏi vị trí cân bằng với li độ nhỏ x = a = 2cm rồi thả vật không vận tốc ban đầu.

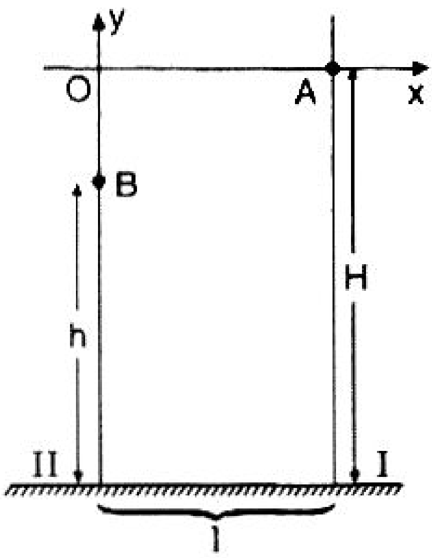


– Chứng minh vật m dao động điều hòa.

– Viết phương trình dao động, biết chu kỳ dao động của vật chọn T = 1s. Chọn gốc thời gian là lúc bắt đầu thả vật, chiều dương chuyển động hướng xuống dưới.

3– Tính lực tác dụng cực đại của hệ lên điểm A và lực tác dụng cực tiểu của hệ lên điểm B. Lấy $g = 10m/s^2$, $\pi^2 = 10$.

LỜI GIẢI ĐỀ 1



a) Đối với viên đá được phóng ra ở A:

$$x = l - v_1 t = 5{,}8 - 2t \qquad (1)$$

$$y = -\frac{gt^2}{2} = -5t^2 \qquad (2)$$

Khử t từ (1) và (2) ta có phương trình quỹ đạo:

$$y = -1{,}25x^2 + 14{,}5x - 42{,}05 \qquad (3)$$

(x và y đo bằng m).

Đối với viên đá phóng ra ở B thì trong khoảng thời gian $0 \le t \le 0{,}2$ s ta có:

$$x = 0;\ y = -2{,}6\ \text{m};$$

và trong thời gian $t \ge 0{,}2$s, ta có phương trình chuyển động:

$$x = v_2(t - 0{,}2)$$

$$y = -2{,}6 - 5(t - 0{,}2)^2$$

Từ đó tìm được phương trình quỹ đạo:

$$y = -2{,}6 - \frac{5}{v_2^2}x^2$$

b) Tại điểm hai viên đá chạm nhau ta có:

$$5{,}8 - 2t = v_2(t - 0{,}2)$$

$$5t^2 = -2{,}6 - 5(t - 0{,}2)^2$$

Từ (7) và (8) tìm được:

$$t = 1{,}4\text{s}; \qquad \text{và} \qquad v_2 = 2{,}5\ \text{m/s}$$

Vị trí điểm chạm nhau, cách tường II là:

$$v_2\,(t - 0{,}2) = 2{,}5 \times 1{,}2 = 3\ (m),$$

Cách A: $y = -\,5t^2 = -5\,(1{,}4)^2 = -\,9{,}8\ (m),$

do đó cách mặt đất:

$$H - 9{,}8 = 0{,}2\ (m).$$

LỜI GIẢI ĐỀ 2

a) Ở trạng thái cân bằng:

$$mg - k\Delta l = 0 \qquad (1)$$

$$\Rightarrow \quad \Delta l = mg/k = 10\ (cm).$$

Ở vị trí ứng với độ dài x hợp lực tác dụng lên vật là:

$$F = mg - k(\Delta l + x) = mg - k\Delta l - kx = -kx \qquad (2)$$

Từ (2) suy ra: vật dao động điều hòa với tần số góc ω là

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\Delta l}} = \sqrt{\frac{10}{0{,}1}} = 10\ rad/s$$

Nếu chọn chiều dương hướng xuống dưới thì:

$$x_o = -\,(30 + 10 - 38) = -2\ (cm) = -0{,}02\ m;$$

$$v_o = 20\,cm/s = 0{,}2\,m/s\,.$$

Công thức tính biên độ: $A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}}$

Thay số: $A = \sqrt{0{,}02^2 + \frac{0{,}2^2}{10^2}} = 2\sqrt{2}\,.\,10^{-2}\ m$

$$= 2\sqrt{2}\ cm = 2{,}83\ cm$$

Phương trình dao động của vật:

$$\left.\begin{aligned} x &= A\sin(\omega t + \varphi) \\ v &= A\omega\cos(\omega t + \varphi) \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Vậy khi:

$$t = 0 : x = x_o = A \sin\varphi$$

$$\Rightarrow \quad \sin\varphi = \frac{x_o}{A} = -\frac{2}{2\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{4} \text{ hoặc } -3\frac{\pi}{4} \qquad (2)$$

$$v = v_o = A\omega\cos\varphi$$

$$\Rightarrow \quad \cos\varphi = \frac{v_o}{A\omega} = \frac{20}{2\sqrt{2}.10} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \quad \varphi = \frac{\pi}{4} \text{ hoặc } -\frac{\pi}{4}$$

Để thỏa mãn cả (2) và (3) thì $\varphi = -\frac{\pi}{4}$

Vậy: $$x = 2\sqrt{2}\sin\left(10\,t - \frac{\pi}{4}\right)\ \text{(cm)} \qquad (4)$$

Ghi chú: Nếu chọn chiều dương hướng lên trên, phương trình dao động của vật sẽ là:

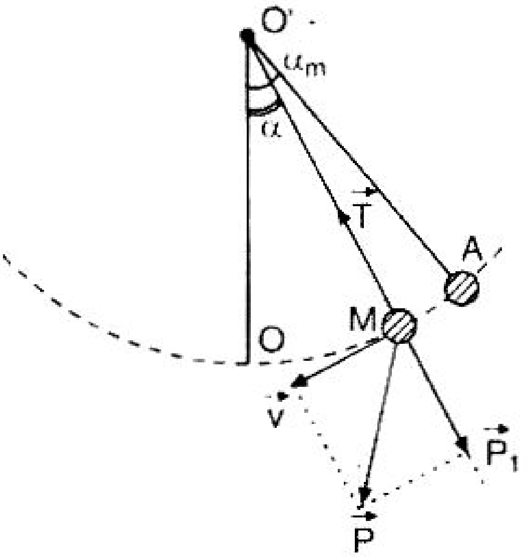
$$x = 2\sqrt{2}\sin\left(10\,t + \frac{3\pi}{4}\right)\ \text{(cm)}$$

b) Vì xe chuyển động thẳng đều nên con lắc không chịu tác dụng thêm lực nào, và nó vẫn dao động theo phương thẳng đứng (chứ không theo phương vuông góc với sàn xe) theo phương trình (4).

LỜI GIẢI ĐỀ 3

1– a) *Tìm công thức tính v*

Theo định luật bảo toàn cơ năng trong trọng trường: độ tăng động năng bằng độ giảm thế năng của vật. Khi vật chuyển động từ điểm biên A đến điểm M, ta có:



$$\frac{mv^2}{2} = mgh$$

với $h = HK = l\cos\alpha - l\cos\alpha_m$.

Suy ra:

$$v = \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_m)}$$

Công thức tính lực căng T

Xét tại điểm M bất kì với góc lệch α; vật chuyển động trên cung tròn bán kính $R = l$; ta có:

$$T - P\cos\alpha = \frac{mv^2}{l}$$

(lực hướng tâm) thay v từ công thức trên:

$$T - mg\cos\alpha = 2mg(\cos\alpha - \cos\alpha_m).$$

Suy ra: $$T = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_m).$$

b) *Tính v_{max} và T_{min}*

Vận tốc lớn nhất của quả cầu khi nó qua vị trí cân bằng ($\alpha = 0$):

$$v_{max} = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha_m)} = \sqrt{2.9,86.1(1 - \cos30^0)} = 1,62\ m/s$$

Lực căng nhỏ nhất của dây treo khi nó ở vị trí biên, $\alpha = \alpha_m$.

2 – Xác định gia tốc a

– Khi thang máy đứng yên thì chu kì dao động của con lắc đơn là: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

– Khi thang máy đi lên nhanh dần đều với gia tốc a thì chu kì dao động của con lắc đơn là:

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} \quad \text{với } g' = g + a$$

Với $\quad T' = 0,97\,T$

$$\Rightarrow \quad \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{g}{g+a}} = 0,97$$

Ta có: $\quad a = \dfrac{g(1-0,97^2)}{0,97^2} = 0,62\ (m/s^2).$

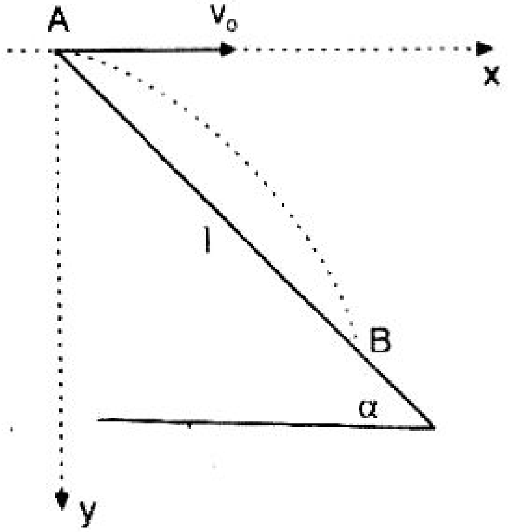
LỜI GIẢI ĐỀ 4

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, gốc tại A, vật đồng thời tham gia hai chuyển động:

- Theo phương ngang: vật chuyển động đều

$$x = v_o t \qquad (1)$$

- Theo phương thẳng đứng: vật chuyển động nhanh dần đều. Nếu chọn Oy hướng xuống dưới thì:



$$y = \frac{1}{2}gt^2 \qquad (2)$$

Từ (1), (2) suy ra

$$y = \frac{gx^2}{2v_0^2}$$

Mặt khác $\quad y = l\sin\alpha,\ x = l\cos\alpha$

$$\Rightarrow \quad l = \frac{2v_0^2 \sin\alpha}{g\cos^2\alpha} = \frac{2.(10)^2.0,5}{10.3/4}.\frac{490}{3}(m)$$

Vậy điểm rơi (B) cách A một khoảng $\frac{40}{3}$ (m).

LỜI GIẢI ĐỀ 5

a) Phương trình sóng từ A và B đến M là

$$u_{AM} = 5\sin(10\pi t - 2\pi.\frac{AM}{\lambda})$$

$$= 5\sin(10\pi t - 3,6\pi)\ (cm)$$

$$u_{BM} = 5\sin(10\pi t - 2\pi.\frac{BM}{\lambda}) = 5\sin(10\pi t - 4,1\pi)\ (cm)$$

(theo đề bài thì AM=7,2 cm; BM =8,2 cm và $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{20}{5} = 4$ cm).

Phương trình dao động tổng hợp tại M:

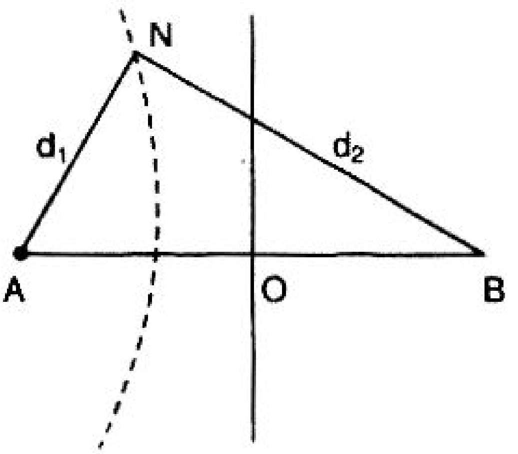
$$u_M = u_{AM} + u_{BM}$$

$$= 5[\sin(10\pi t - 3,6\pi) + \sin(10\pi t - 4,1\pi)]$$

$$\Rightarrow \quad u_M = 5\sqrt{2}\sin(10\pi t - 3,85\pi)\ (cm).$$

Ta nhận xét rằng điểm M dao động điều hòa với cùng tần số với hai nguồn A và B nhưng có biên độ lớn gấp $\sqrt{2}$ lần.

b) Điểm N có:



$$\frac{AN - BN}{\lambda} = \frac{d_1 - d_2}{\lambda}$$

$$= -2,5$$

hay: $d_1 - d_2 = -2,5\lambda$

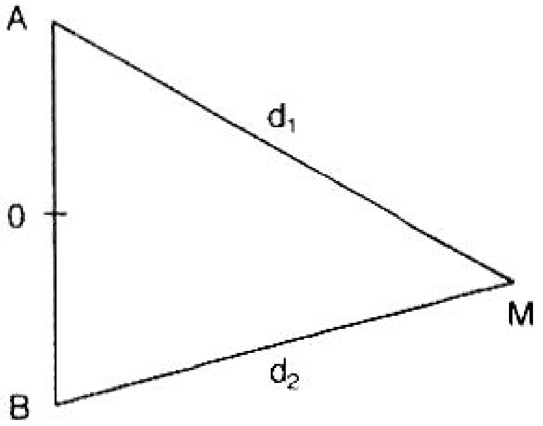
$$= (-3 + \frac{1}{2})\lambda.$$

Vì hiệu đường đi thỏa mãn điều kiện bằng bán nguyên lần bước sóng nên tại N ta có cực tiểu giao thoa: N nằm trên một đường đứng yên (vẽ bằng nét đứt trên hình vẽ). Theo trên thì k = –3 nên N nằm trên đường đứng yên thứ 3 kể từ trung trực của AB. Hơn nữa vì $d_1 < d_2$ nên đường này nằm về phía A so với trung trực của AB.

LỜI GIẢI ĐỀ 6

1. Các gợn sóng hypebol mà A và B là hai tiêu điểm. Mỗi điểm M trên mặt nước đều nhận được cùng một lúc hai dao động từ A và B truyền tới. Tùy theo hiệu $\delta = MB - MA$ mà hai dao động đó có thể đồng pha với nhau thì M dao động mạnh nhất hoặc ngược pha nhau thì M dao động yếu nhất. Các điểm dao động mạnh nhất nằm trên các gợn lồi hình hypebol; các điểm dao động yếu nhất nằm trên các gợn lõm. Các gợn lồi hoặc gợn lõm không cắt nhau.

2. a) Chu kì dao động:



$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{80} = 0.0125 \text{ s}$$

$$= 12{,}5 \text{ ms}.$$

Bước sóng:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{32}{80} = 0{,}4 \text{ (cm)}$$

Giả sử A và B dao động với cùng phương trình (cùng pha)

$$x_0 = a \sin \omega t = a \sin 2\pi f t$$

$$= 0{,}5 \sin 160\pi t \text{ (cm)} \qquad (1)$$

A truyền tới M dao động:

$$x_1 = a \sin(\omega t - \varphi_1) = a \sin 2\pi f\left(t - \frac{d_1}{v}\right)$$

$$= 0{,}5 \sin 160\pi\left(t - \frac{7{,}79}{32}\right) \text{ (cm)}$$

$$= 0{,}5 \sin(160\pi t - 38{,}95\pi) \text{ (cm)} \qquad (2)$$

B truyền tới M dao động:

$$x_2 = a \sin(\omega t - \varphi_2) = a \sin 2\pi f\left(t - \frac{d_2}{v}\right)$$

$$= 0{,}5 \sin 160\pi\left(t - \frac{5{,}09}{32}\right) \text{ (cm)}$$

$$= 0{,}5 \sin(160\pi t - 25{,}45\pi) \text{ (cm)} \qquad (3)$$

Dao động tổng hợp tại M có dạng:

$$x = x_1 + x_2 = A \sin(2\pi f t - \varphi) \qquad (4)$$

Phải xác định A và φ

* $A = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2) = 2a^2[1 + \cos(\varphi_1 - \varphi_2)]$

hay $$A = a\sqrt{2[1 + \cos(\varphi_1 - \varphi_2)]} \qquad (5)$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 38{,}95\pi - 25{,}45\pi = 13{,}5\pi$$

$$= 12\pi + \frac{3\pi}{2}$$

$$\cos(\varphi_1 - \varphi_2) = \cos\frac{3\pi}{2} = 0$$

Vậy $$A = a\sqrt{2} = 0{,}5\sqrt{2} \text{ (cm)} \qquad (6)$$

$$\text{tg}\varphi = \frac{a_1 \sin\varphi_1 + a_2 \sin\varphi_2}{a_1 \cos\varphi_1 + a_2 \cos\varphi_2} = \frac{\sin\varphi_1 + \sin\varphi_2}{\cos\varphi_1 + \cos\varphi_2}$$

$$= \frac{2\sin\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\cos\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}}{2\cos\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\cos\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}} = \text{tg}\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2} \qquad (7)$$

Suy ra: $\varphi = \frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2)$ (8)

Thay số: $\varphi = \frac{\pi}{2}(38,95 + 25,45) = 32,2\pi$

Vậy: $x = 0,5\sqrt{2}\sin(160\pi t - 0,2\pi)$ (cm) (9)

b) Từ (1) pha của dao động của A và B là $\phi_o = 160\pi t$

Từ (9), pha của dao động tổng hợp x tại M là:

$$\phi = 160\pi t - 0,2\pi$$

Hiệu pha: $\Delta\phi = \phi_o - \phi = 0,2\pi.$

LỜI GIẢI ĐỀ 7

1– a) Theo đề bài: $x = A\sin(\omega t + \varphi)$, suy ra vận tốc dao động:

$$v = x' = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$$

Biểu thức của thế năng:

$$W_t = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t + \varphi) \qquad (1)$$

Biểu thức của động năng:

$$W_d = \frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\cos^2(\omega t + \varphi)$$

Trong dao động điều hòa của con lắc lò xo, ta có

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

$$\Rightarrow \quad k = \omega^2 m$$

Suy ra $$W_đ = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi) \qquad (2)$$

b) Cơ năng của con lắc trong quá trình dao động:

$$\begin{aligned} W &= W_đ + W_t \\ &= \frac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2} kA^2 \sin^2(\omega t + \varphi) \\ &= \frac{1}{2} kA^2. \end{aligned}$$

Vì k, A là hằng số, nên W là hằng số, tức là cơ năng của con lắc bảo toàn trong quá trình dao động.

2– a) Theo đề bài $\omega = 20$ (rad/s), suy ra

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{20} = 0{,}1\pi = 0{,}314 \text{ (s)}$$

$$k = \omega^2 m = 20^2 \,.\, 0{,}1 = 40 \text{ (N/m)}$$

b) Theo đề bài $W_t = 3\,W_đ$, mặt khác

$$W = \frac{1}{2} kA^2 = W_t + W_đ = \frac{4}{3} W_t = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} kx^2$$

$$\Rightarrow \quad x = \pm\sqrt{\frac{3}{4}}\, A = \pm\sqrt{\frac{3}{4}} \,.\, 4 = \pm 2\sqrt{3} = \pm 3{,}46 \text{ (cm)}.$$

LỜI GIẢI ĐỀ 8

a) Phương trình dao động của con lắc đơn có dạng:

$$s = s_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

với $$s_0 = 6 \text{ cm}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}.$$

Theo đề bài, lúc $t = 0$ thì $s = 0$, và $v = s' = \omega s_0 \cos\varphi > 0$.

Suy ra $\quad \sin\varphi = 0, \cos\varphi > 0$

$$\Rightarrow \quad \varphi = 0$$

Phương trình dao động:

$$s = 6\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) \text{ (cm)}.$$

b)– Khi s = 3 cm:

$$s = 3 = 6\sin\frac{\pi}{2}t$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{\pi}{2}t = \frac{\pi}{6} + k.2\pi$$

và
$$\frac{\pi}{2}t = \frac{5\pi}{6} + k.2\pi$$

$$\Leftrightarrow \quad t = \frac{1}{3} + 4k \text{ (s)}$$

và
$$t = \frac{5}{3} = 4k \text{ (s)}$$

với k = 0, 1, 2.

Suy ra $\quad t_1 = \frac{1}{3} = 0{,}33$ (s)

– Khi $s = s_0 = 6$cm; tương tự ta có:

$$t_2 = \frac{T}{4} = 1\text{s}.$$

Thời gian phải tìm là:

$$t_3 = t_2 - t_1 = \frac{2}{3} \approx 0{,}67 \text{ (s)}.$$

Nhận xét: Tuy quãng đường dài bằng nhau (3 cm) nhưng thời gian không bằng nhau ($t_1 \neq t_3$) vì chuyển động có vận tốc thay đổi theo thời gian.

LỜI GIẢI ĐỀ 9

1– Giả sử khi m nằm cân bằng độ giãn của hai lò xo tương ứng là Δl_1 và Δl_2, áp dụng điều kiện cân bằng cho vật m ta có:

$$k_1\Delta l_1 = k_2\Delta l_2 + mg \qquad (1)$$

Xét lò xo k_1, theo đề bài ta có:

$$\Delta l_1 = \frac{AB-4}{2} - L_{01} = 4 \text{ (cm)}.$$

Lò xo 1 giãn 4 cm. Thay vào (1) ta được:

$$\Delta l_2 = \frac{k_1\Delta l_1 - mg}{k_2} = -7 \text{ (cm)}$$

(lò xo 2 bị nén một đoạn 7cm).

Từ đó tìm được chiều dài tự nhiên của lò xo thứ hai:

$$l_{o2} = \frac{AB-4}{2} + 7 = 31 \text{ (cm)}.$$

2– Chọn vị trí cân bằng của m làm gốc tọa độ, trục Ox hướng xuống dưới. Xét vật ở li độ x, hợp lực tác dụng lên vật là:

$$F_1 = -k_1(\Delta l_1 + x) + mg + k_2(\Delta l_2 - x)$$

Chú ý đến (1), ta có:

$$F = -(k_1 + k_2)x$$

Áp dụng định luật II Niutơn:

$$ma = F$$

$$\Rightarrow \quad mx'' = -(k_1 + k_2)x$$

$$\Rightarrow \quad x'' = -\frac{(k_1 + k_2)}{m}x = -\omega^2 x.$$

Với $$\omega = \sqrt{\frac{(k_1+k_2)}{m}} = 5\sqrt{7}\ (\text{rad/s}).$$

Phương trình trên cho thấy vật m dao động điều hòa với tần số góc $\omega = 5\sqrt{7}$ rad/s, và với chu kì:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \approx 0,475\ (s) \approx 0,48\ s.$$

3– Phương trình dao động của vật có dạng

$$x = A\sin(\omega t + \varphi),$$

từ đó $$v = \omega A\cos(\omega t + \varphi)$$

Theo đề bài, lúc $t = 0$ ta có:

$$x = x_o = A\sin\varphi = -4\ (\text{cm}) \qquad (1)$$

$$v = v_o = \omega A\cos\varphi = -30,55\ (\text{cm/s}) \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có:

$$\sin\varphi = \frac{-4}{A} < 0; \quad \cos\varphi = \frac{-30,55}{\omega A} < 0 \qquad (3)$$

$$\Rightarrow \quad \text{tg}\varphi = \frac{4\omega}{30,55} = 1,732 \approx \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \quad \varphi = \frac{\pi}{3} \quad \text{hoặc} \quad \varphi = -\frac{2\pi}{3}$$

Để phù hợp dấu của cosφ và sinφ ở (3), ta phải lấy

$$\varphi = -\frac{2\pi}{3}$$

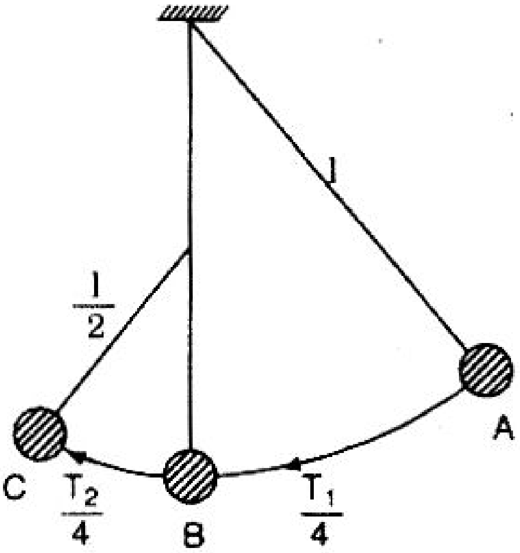
Từ đó: $$A = \frac{-4}{\sin\varphi} = \frac{-4}{\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)} \approx 4,6\ (\text{cm}).$$

Phương trình dao động của vật m là

$$x = 4,6\sin\left(5\sqrt{7}t - \frac{2\pi}{3}\right)\ (\text{cm}).$$

LỜI GIẢI ĐỀ 10

1 – Tính chu kì T



Gọi T_1 là chu kì dao động khi con lắc chưa vướng đinh, ta có

$$l_1 = l$$

$$\Rightarrow T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{10}}$$

$$\approx 2 \text{ (s)}$$

Gọi T_2 là chu kì dao động khi con lắc vướng đinh:

$$l_2 = \frac{l}{2}$$

$$\Rightarrow \quad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{2g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{20}} \approx \sqrt{2} \text{ (s)}.$$

Vì con lắc chỉ vướng đinh nửa chu kì nên ta có:

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{2+\sqrt{2}}{2} \approx 1{,}7 \text{ (s)}$$

$$T = 1{,}7 \text{ (s)}.$$

2 – Giá treo con lắc chuyển động với $a = \frac{g}{2}$

Con lắc dao động trong hệ quy chiếu không quán tính. Do đó, ngoài trọng lực $\vec{P}$ con lắc còn chịu tác dụng của lực quán tính $\vec{P_q} = -m\vec{a}$, lực này ngược chiều $\vec{a}$ tức là cùng chiều $\vec{P}$. Lúc này con lắc dao động dưới tác dụng của trọng lực hiệu dụng P':

$$P' = P + F_q = mg + ma = m\left(g + \frac{g}{e}\right)$$

$$\Rightarrow \quad P' = 1,5\ mg.$$

P' gây ra gia tốc trọng trường hiệu dụng g':

$$g' = \frac{P'}{m} = \frac{1,5mg}{m}$$

$$\Rightarrow \quad g' = 1,5\ g.$$

Gọi T' là chu kì dao động của con lắc trong hệ quy chiếu không quán tính, ta có

$$\left.\begin{aligned} T' &= 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} \\ T &= 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{g}{1,5g}} = \frac{1}{1,5}$$

$$\Rightarrow \quad T' = \frac{T}{\sqrt{1,5}} = \frac{1,7}{1,225} = 1,4\ (s)$$

$$T = 1,4\ s.$$

3 – Đưa con lắc lên mặt trăng

$$\left.\begin{aligned} P_Đ = F_{hdĐ} \quad &\Rightarrow mg_Đ = G\frac{M_{Đm}}{R_Đ^2} \\ P_T = F_{hdT} \quad &\Rightarrow mg_T = G\frac{M_{Tm}}{R_T^2} \end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{g_Đ}{g_T} = \frac{M_Đ}{M_T}.\left(\frac{R_T}{R_Đ}\right)^2 = \frac{81M_T}{M_T}\left(\frac{R_T}{3,7R_R}\right)^2$$

$$= \frac{81}{3,7^2} = 5,9\,.$$

$$\Rightarrow \quad g_Đ = 5,9\ g_T$$

Gọi T'' là chu kì dao động của con lắc trên mặt trăng, ta có

$$\left.\begin{aligned} T'' &= 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_T}} \\ T &= 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_D}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{T''}{T} = \sqrt{\frac{g_D}{g_T}} = \sqrt{\frac{5{,}9g_T}{g_T}} = \sqrt{5{,}9}$$

$$\Rightarrow \quad T'' = \sqrt{5{,}9}\,.\,T = 2{,}43\,.\,1{,}7 = 4{,}13$$

$$T = 4{,}13\ (s)$$

LỜI GIẢI ĐỀ 11

1– Tốc độ góc của đĩa là

$$\omega = 2\pi n = 2.\pi.1{,}5 = 3\pi = 9{,}425\ rad/s.$$

Tốc độ dài của một điểm ở mép đĩa là:

$$v = \omega R = 3\pi.0{,}1 = 0{,}3\pi\ (m/s) = 0{,}942\ m/s$$

$$= 94{,}2\ cm/s.$$

2– Khi đĩa quay vật chịu tác dụng thêm lực quán tính li tâm $\vec{f_q}$ ⇒ có phương OM, hướng ra xa tâm quay O và có độ lớn là

$$f_q = m\omega^2 r \text{ (với } r = OM) \tag{1}$$

Lực ma sát giữa vật và đĩa là

$$f_{ms} = \mu N = \mu P = \mu mg \tag{2}$$

Để vật không bị trượt thì

$$f_{ms} \geq f_q \tag{3}$$

Thay (1) và (2) vào (3):

$$\mu mg \geq m\omega^2 r$$

$$\Rightarrow \quad \omega \leq \sqrt{\frac{\mu g}{r}}.$$

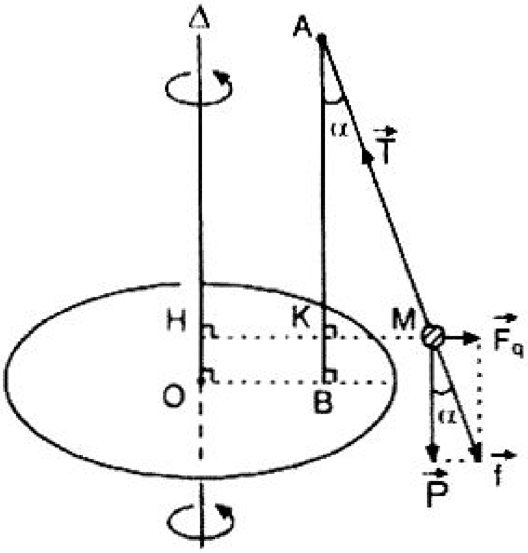
Vật đặt ở bất kì vị trí nào nên ta cho r giá trị lớn nhất: r = R.

Vậy: $$\omega \leq \sqrt{\frac{\mu g}{R}}$$

Đặt $$\omega_0 = \sqrt{\frac{\mu g}{R}} = \sqrt{\frac{0{,}1.10}{0{,}1}} = 3{,}16 \text{ (rad/s)}$$

Vậy khi đĩa quay với $\omega \leq$ 3,16 rad/s thì vật không bị trượt .

3– a) Vật M (có khối lượng m) chịu tác dụng 3 lực sau đây:



* Trọng lực $\vec{P} = m\vec{g}$ thẳng đứng, tức là // trục quay Δ. Vậy $\vec{P}$ nằm trong mặt phẳng Q chứa Δ và M.

* Lực quán tính li tâm $\vec{F_q}$, với $F_q = m\omega^2 r$, với r = HM (HM ⊥Δ). $\vec{F_q}$, có phương là HM, chiều hướng ra xa trục quay Δ. Vậy $\vec{F_q}$ cũng nằm trong mặt phẳng Q chứa Δ và M.

* Lực căng dây $\vec{T}$ có phương là MA, chiều từ M tới A. Khi vật M nằm cân bằng thì

$$\vec{P} + \vec{F_q} + \vec{T} = 0$$

hay $$-\vec{T} = \vec{P} + \vec{F_q} \qquad (1)$$

Theo (1) thì $\vec{T}$ phải nằm trong mặt phẳng chứa $\vec{P}$ và $\vec{F_q}$ (tức là mặt phẳng Q chứa trục Δ và M).

Mặt khác $\vec{T}$ nằm trong mặt phẳng thẳng đứng BAM.

Vậy hai mặt phẳng Q và BAM cùng song song với một phương Δ (phương thẳng đứng) và giao nhau theo 1 giao tuyến AM không song song với Δ thì Q và BAM phải trùng nhau tức là AM nằm trong mặt phẳng chứa AB và trục quay Δ. Đó là đpcm.

b) Ta có $$F_q = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r$$

với $$r = MH = MK + KH = AM\sin\alpha + \frac{R}{2}$$

$$= R\sin 30^o + \frac{R}{2} = R$$

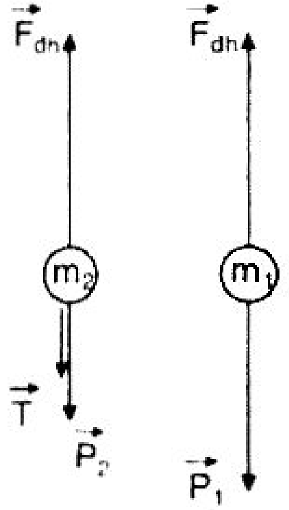
$$tg\alpha = \frac{F_q}{P} = \frac{m\omega^2 r}{mg} = \omega^2\frac{R}{g}$$

suy ra $$\omega = \sqrt{\frac{gtg\alpha}{R}} = \sqrt{\frac{10\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}}{0,1}} = 7,6 \text{ (rad/s)}.$$

LỜI GIẢI ĐỀ 12

Chuyển động của m_1 và m_2 có thể xét tách riêng như biểu diễn trên hình vẽ.

1– Tại vị trí cân bằng, giả sử lò xo giãn một đoạn Δl_o, khi đó đối với m_1 ta có



$$k.\Delta l_o = m_1 g \qquad (1)$$

$$\Rightarrow \quad \Delta l_o = \frac{m_1 g}{k} = \frac{0,4.10}{100}$$

$$= 4 \,.\, 10^{-2}\ (m) = 4\ cm$$

Đối với m_2, ta có

$$T + P_2 = F_{dh} = k.\Delta l_o$$

Muốn m_1 đứng yên, lực căng $T > 0$, lò xo phải luôn giãn.

Chọn gốc tọa độ O tại vị trí cân bằng trục x như trong hình vẽ của đề bài. Xét m_1 đang dao động ở thời điểm t và có li độ x. Khi đó lò xo giãn một đoạn $\Delta l_o - x$. Áp dụng định luật 2 Niutơn, ta có

$$k\,(\Delta l_o - x) - m_1 g = m_1 a = m_1 x''$$

$$\Rightarrow \quad (k\Delta l_o - m_1 g) - kx = m_1 x''$$

Do $k\Delta l_o - m_1 g = 0$, do đó

$$m_1 x'' + kx = 0 \text{ hay } x'' + \omega^2 x = 0 \qquad (2)$$

với
$$\omega^2 = \frac{k}{m_1}$$

hay
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = \sqrt{\frac{100}{0,4}} = 5\sqrt{10} \approx 5\pi\ (rad/s)$$

Phương trình (2) có nghiệm là

$$x = A \sin(\omega t + \varphi)$$

với A và φ là hằng số. Vậy m_1 dao động điều hòa.

Dưới tác dụng của lực 5N lò xo giãn thêm một đoạn Δl với:

$$\Delta l = \frac{F}{k} = \frac{5}{100} = 0{,}05\ (m) = 5\ cm.$$

Như vậy, tại $t = 0$, ta có $x_o = -\Delta l = -5$ cm và $v_o = 0$.

Suy ra $A \sin\varphi = -5$ và $A \cos\varphi = 0$

Từ phương trình thứ 2, suy ra $\cos\varphi = 0$, hay $\varphi = \pm\pi/2$. Theo phương trình thứ nhất thì $\sin\varphi < 0$, suy ra $\varphi = -\pi/2$ và $A = 5$ cm. Vậy phương trình dao động là

$$x = 5 \sin\left(5\pi t - \frac{\pi}{4}\right)\ (cm)$$

2– Như đã nói ở trên, đối với m_2:

$$T + P_2 = F_{dh}$$

$$\Rightarrow \quad T = F_{dh} - m_2 g$$

Lưu ý rằng $F_{dh} = k(\Delta l_o - x)$ và theo (1)

$$k\Delta l_o = m_1 g$$

Ta có $T = k(\Delta l_o - x) - m_2 g = kg(m_1 - m_2) - kx$

$$= 10 \,.\, 0{,}2 - 100 \,.\, 5 \,.\, 10^{-2}. \sin\left(5\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= 2 - 5 \sin\left(5\pi t - \frac{\pi}{2}\right)\ (N) \qquad (*)$$

Để m_1 dao động điều hoà, m_2 phải đứng yên, tức là $T \geq 0$ tại mọi thời điểm. Tuy nhiên từ (*) dễ dàng thấy rằng có nhiều thời điểm $T < 0$. Như vậy với $m_2 = 0{,}2$ kg, m_1 không dao động điều hòa.

3– Từ câu (2), ta đã có

$$T = g(m_1 - m_2) - kx$$

Để m_2 đứng yên, $T \geq 0$ tại mọi thời điểm t hay

$$g(m_1 - m_2) - kx \geq 0$$

$$\Rightarrow \quad m_2 \le m_1 - \frac{kx}{g}$$

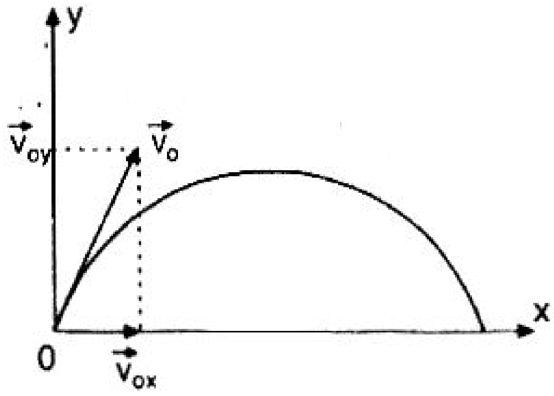
hay: $$m_2 \le 0{,}4 - 0{,}5\sin\left(5\pi t - \frac{\pi}{2}\right)\ (\text{kg})$$

tại mọi thời điểm t.

Dễ dàng thấy rằng có nhiều thời điểm vế phải của bất đẳng thức trên âm, nên không có giá trị nào của $m_2 > 0$ thỏa mãn được điều kiện đó.

LỜI GIẢI ĐỀ 13

1 – Viết phương trình quỹ đạo của vật.



Chọn hệ tọa độ xOy, gốc O là vị trí vật bắt đầu được ném lên. Chuyển động của vật được phân ra 2 thành phần:

– Chuyển động ngang (theo Ox) là chuyển động đều, với vận tốc ban đầu

$$v_{ox} = v_o \cos\alpha$$

Phương trình chuyển động là

$$x = v_{ox}.t \qquad (1)$$

– Chuyển động theo phương thẳng đứng (Oy) là chuyển động với gia tốc g và vận tốc ban đầu

$$v_{oy} = v_o \sin\alpha$$

Phương trình chuyển động là

$$y = v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad (2)$$

Thay $t = \dfrac{x}{v_{0x}}$ vào (2), ta có

$$y = -\frac{1}{2}\frac{g}{v_0^2 \cos^2\alpha} x^2 + \text{tg}\alpha\, x \quad (3)$$

Dạng quỹ đạo của vật là một parabol, mặt lõm hướng xuống dưới (hình vẽ). Thay số, ta có:

$$y = -0{,}0444\, x^2 + 1{,}73x \text{ (m)} \quad (4)$$

2 – Tính độ cao cực đại và độ xa cực đại.

Có nhiều cách tính, ở đây ta sử dụng phương pháp đạo hàm, tại vị trí cực đại thì y' = 0, ta có

$$y' = -0{,}0888x + 1{,}73 = 0$$

$$\Rightarrow \quad x_0 = \frac{1{,}73}{0{,}0888} = 19{,}5 \text{ (m)}$$

Từ đó suy ra:

- Độ xa cực đại:

$$l = 2x_0 = 39 \text{ (m)}.$$

- Độ cao cực đại:

$$y_{max} = -0{,}0444\, x_0^2 + 1{,}73\, x_0 = 16{,}8 \text{ (m)}.$$

3 – Tìm vận tốc của vật ở độ cao y = 15m.

Khi vật ở độ cao 15m thì x phải thỏa mãn phương trình (4)

$$0{,}0444\, x^2 - 1{,}73\, x + 15 = 0$$

Giải phương trình bậc 2, ta có:

$$x_1 = 12{,}98 \text{ (m)}$$

$$x_2 = 26{,}03 \text{ (m)}.$$

Thời điểm đạt độ cao 15m là:

$$t_1 = \frac{x_1}{v_0 \cos\alpha} = \frac{12{,}98}{10{,}5} = 1{,}24 \text{ (s)},$$

$$t_2 = \frac{x_2}{v_0 \cos\alpha} = \frac{26,03}{10,5} = 2,48 \text{ (s)}.$$

Ở thời điểm t_1 vật đang đi lên chậm dần, ở thời điểm t_2 vật đi xuống nhanh dần. Do tính đối xứng của quỹ đạo nên độ lớn vận tốc ở hai vị trí như nhau, phương chiều thì khác nhau, nhưng góc nghiêng có độ lớn bằng nhau.

Xét thời điểm $t_1 = 1,24$ s, ta có

$$v_x = v_{ox} - v_o \cos\alpha = 10,5 \text{ (m/s.)}$$

$$v_y = v_{oy} - gt_1 = 6,03 \text{ (m/s)}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{10,5^2 + 6,03^2}$$

$$= 12,1 \text{ (m/s)} \qquad (3)$$

Góc nghiêng:

$$\text{tg}\alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{6,03}{10,5} = 0,5743$$

$$\alpha \approx 30^o.$$

LỜI GIẢI ĐỀ 14

1– a) Khoảng cách giữa 9 gợn lồi liên tiếp bằng 8 lần bước sóng, do đó

$$8\lambda = 6,4 \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow \quad \lambda = \frac{6,4}{8} = 0,8 \text{ (cm)}$$

Vận tốc truyền sóng là

$$\lambda = v.T = \frac{v}{f}$$

$$\Rightarrow \quad v = f.\lambda = 50 \times 0,8 = 40 \text{ (cm/s)}$$

b) Phương trình dao động tại điểm M ở trên mặt nước, cách S một khoảng d = 5,2 cm.

Chọn gốc thời gian sao cho dao động ở nguồn S có phương trình:

$$u_s = U_0 \sin\omega t$$

$$U_0 = 5 \text{ mm} = 0{,}5 \text{ cm};$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 50 = 100\pi \text{ (rad/s)}$$

$$\Rightarrow \quad u_s = 0{,}5 \sin 100\pi t \text{ (cm)}$$

Phương trình dao động ở M:

$$u_M = U_0 \sin\left(\omega t - \frac{2\pi d}{\lambda}\right)$$

$$= 0{,}5 \sin\left(100\omega t - \frac{2\pi \times 5{,}2}{0{,}8}\right)$$

$$u_M = 0{,}5 \sin(100\pi t - 13\pi)$$

$$\Rightarrow \quad u_M = 0{,}5 \sin(100\pi t - \pi) \text{ (cm)}$$

Dao động ở M ngược pha với dao động ở S.

2- Chu kỳ dao động của các phần tử trên mặt nước là:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0{,}02 \text{ (s)}$$

Khoảng thời gian giữa hai chớp sáng là:

$$T' = \frac{1}{13{,}5} = 0{,}074 \text{ (s)}.$$

$\Rightarrow T' \neq kT$ với k = 1, 2, 3... (1)

Mặt khác T' < 0,1 s mà ảnh lưu lại trên võng mạc của mắt 0,1 s. Từ điều kiện (1), sau mỗi chớp sáng các phần tử dao động của môi trường có các vị trí khác nhau, vì vậy ta vẫn quan sát thấy sóng lan truyền được

3- $$u_{s_1} = u_{s_2} = u_0 \sin\omega t = 5\sin 100\pi t \text{ (mm)}$$

a) Dao động tại N do S_1 truyền đến có phương trình:

$$u_{N_1} = u_o \sin\left(\omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right);$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2\pi v}{\omega} = \frac{2\pi \times 40}{100\pi}$$

$$\Rightarrow \quad u_{N_1} = 5\sin\left(100\pi t - \frac{2\pi \times 7}{0,8}\right)$$

$$= 5\sin\left(100\pi t - \frac{3\times\pi}{2}\right) \text{ mm}$$

Dao động tại N do S_2 truyền đến có phương trình:

$$u_{N_2} = 5\sin\left(100\pi t - \frac{2\pi \times 9}{0,8}\right)]$$

$$= 5\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{mm}$$

Dao động tổng hợp tại N có phương trình:

$$u_N = u_{N_1} + u_{N_2}$$

$$= 5\sin\left(100\pi t - \frac{3\pi}{2}\right) + 5\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$u_N = 10\cos\frac{\pi}{2}\sin(100\pi t) = 0.$$

$u_N = 0$ điểm N luôn luôn đứng yên

b) Các gợn lồi ứng với $\cos\pi\left(\frac{d_2 - d_1}{\lambda}\right) = \pm 1$

Hay $\quad d_2 - d_1 = k\lambda \quad$ với $k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

Trong tam giác MS_1S_2, có:

$$|d_2 - d_1| < S_1S_2$$

hay $$|k|\lambda < S_1S_2$$

$$|k| < \frac{S_1S_2}{\lambda} = \frac{10}{0,8} = 12,5$$

Vậy k có các giá trị $0, \pm 1, \pm 2, ..., \pm 12$ (25 giá trị)

Có tất cả 25 gợn lồi trên đoạn S_1S_2.

LỜI GIẢI ĐỀ 15

1– Xét vị trí M của vật lúc đang trượt trên mặt bán cầu, xác định bởi góc $\widehat{AOM} = \alpha$. Do bỏ qua ma sát, áp dụng định luật bảo toàn cơ năng ta có

$$\frac{mv^2}{2} = mgR\,(1 - \cos\alpha)$$

$$\Rightarrow \quad v^2 = 2gR\,(1 - \cos\alpha) \qquad (1)$$

Áp dụng định luật Niutơn 2 cho vật tại vị trí M và chiếu phương trình véctơ lên phương OM ta có

$$\vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}$$

$$\Rightarrow \quad mg\cos\alpha - N = \frac{mv^2}{R} \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) tìm được

$$N = mg\cos\alpha - \frac{mv^2}{R} = mg\,(3\cos\alpha - 2) \qquad (3)$$

Vật bắt đầu tách khỏi mặt bán cầu tại vị trí B khi N = 0, ứng với góc $\alpha = \alpha_o$. Từ (3) suy ra

$$3\cos\alpha_o - \alpha = 0$$

$$\Rightarrow \quad \cos\alpha_o = \frac{2}{3} \qquad (4)$$

Độ cao từ điểm B so với mặt đất là

$$h = R\cos\alpha_o = 9.\frac{2}{3} = 6\ (m)$$

2– Vận tốc của vật tại B:

$$v_B^2 = 2gR(1 - \cos\alpha_o) = \frac{2gR}{3}$$

$$\Rightarrow \quad v_B = \sqrt{\frac{2gR}{3}} = 7{,}7\ (m/s).$$

Chọn hệ trục tọa độ xOy, có gốc tại B, trục Ox nằm ngang, trục Oy hướng thẳng đứng xuống dưới. Vectơ vận tốc $\vec{v}_B$ hợp với trục Ox góc α_o.

Phương trình chuyển động của vật sau khi rời khỏi mặt bán cầu:

$$x = v_{Bx}t = v_B\cos\alpha_o.t\ , \qquad (5)$$

$$y = v_{By}t + \frac{gt^2}{2} = v_B\sin\alpha_o.t + \frac{gt^2}{2} \qquad (6)$$

Từ (5) và (6), suy ra phương trình quỹ đạo của vật:

$$y = \text{tg}\,\alpha_o.x + \frac{g}{2v_B^2\cos^2\alpha_o}.x^2 \qquad (7)$$

Thay số ta được:

$$y = 1{,}1\ x + 0{,}2\ x^2$$

3– Vật rơi tới đất tại điểm C.

Tại C, ta có:

$$y_C = h = 6m$$

$$\Rightarrow \quad 0{,}2\ x^2 + 1{,}1x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow \quad x_C = 3{,}4\ (m).$$

Điểm rơi C cách O:

$$OC = x_c + R\sin\alpha_0 = 10{,}1\ (m)$$

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng tìm được vận tốc v_c của vật tại điểm C.

$$\frac{mv_c^2}{2} = mg.R$$

$$\Rightarrow \quad v_c = \sqrt{2gR} = 13{,}3\ (m/s).$$

LỜI GIẢI ĐỀ 16

a) Gọi M là một điểm trên đoạn S_1S_2 với

$$S_1M = d_1; \qquad S_2M = d_2,$$

và giả sử pha ban đầu tại S_1 và S_2 bằng không.

Phương trình dao động u_1 và u_2 tại M do sóng từ S_1 tới và sóng từ S_2 tới tương ứng là

$$u_1 = a\sin\left(2\pi ft - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right);$$

$$u_2 = a\sin\left(2\pi ft - \frac{2\pi d_2}{\lambda}\right),$$

với f là tần số, λ là bước sóng.

Dao động âm tổng hợp tại M:

$$u = u_1 + u_2$$

$$= 2a\cos\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\sin\left[2\pi ft - \frac{\pi(d_1 + d_2)}{\lambda}\right].$$

Như vậy, biên độ dao động âm tổng hợp tại M là:

$$A = 2a\left[\cos\frac{\pi}{\lambda}(d_1 - d_2)\right].$$

Ta thấy biên độ A đạt cực đại khi

$$\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) = k\pi$$

$$\Rightarrow \quad d_2 - d_1 = k\lambda$$

Trên đoạn thẳng S_1S_2 sẽ có những điểm thỏa mãn phương trình (1), tại đó biên độ âm cực đại.

b) Ta có, theo đề bài:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{336}{420} = 0{,}8 \text{ (m)}.$$

Do đó, vị trí các điểm tại đó biên độ âm cực đại được xác định bởi:

$$d_2 - d_1 = k\lambda = 0{,}8k$$

$$d_1 + d_2 = S_1S_2 = 2 \text{ (m)},$$

Suy ra $$d_2 = k\frac{\lambda}{2} + \frac{S_1S_2}{2} = 0{,}4k + 1 \text{ (m)} \qquad (1)$$

Vì d_2 phải thỏa mãn điều kiện $0 < d_2 < S_1S_2$ nên, theo (1), ta có:

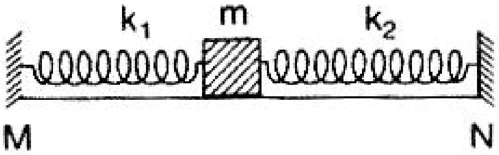
$$-2{,}5 < k < 2{,}5;$$

nghĩa là số nguyên k chỉ có các giá trị: −2, −1, 0, 1, 2: có tất cả 5 vị trí của điểm M, xác định bằng các giá trị sau đây của $d_2 = \overline{MS_2}$:

$$d_2 = 0{,}2 \text{ (m)};\ 0{,}6 \text{ (m)};\ 1 \text{ (m)};\ 1{,}4 \text{ (m)};\ 1{,}8 \text{ (m)}.$$

LỜI GIẢI ĐỀ 17

MN = 188 cm = $2l_0$, chứng tỏ khi vật ở vị trí cân bằng hai lò xo không bị nén giãn. Lấy vị trí cân bằng làm gốc tọa độ, chiều dương từ M đến N. Khi kéo vật cách M 90 cm thì li độ của vật là x = – 4 cm; vận tốc v = 0. Vậy biên độ:



$$A = \sqrt{x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2} = 4 \text{ (cm)}$$

Phương trình dao động của vật:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi)$$

tại t = 0:

$$x_0 = A\sin\varphi = -4 \text{ (cm)}$$

$$v_0 = A\omega\cos\varphi = 0$$

$$\Rightarrow \quad \varphi = -\frac{\pi}{2}.$$

Vậy $x = 4\sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$ (cm).

Ở thời điểm $t_1 = \frac{\pi}{30}$ (s) kể từ lúc buông, vật đi được 6 cm, tức là vật ở vị trí M có li độ x = 2 cm.

Ta có phương trình

$$2 = 4\sin(\omega t_1 - \frac{\pi}{2})$$

$$\Rightarrow \quad \sin(\omega t_1 - \frac{\pi}{2}) = \frac{1}{2}$$

Suy ra: $$\omega t_1 - \frac{\pi}{2} = \begin{cases} \frac{\pi}{6} \\ \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

tại M vận tốc hướng theo chiều dương, vậy $\cos(\omega t_1 - \pi/2) > 0$, do đó chỉ lấy nghiệm $\frac{\pi}{6}$. Ta có

$$\omega \cdot \frac{\pi}{30} - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \quad \omega = 20 \text{ (rad/s)}.$$

Mặt khác

$$\omega^2 = \frac{k_1 + k_2}{m} = 20^2 = 400$$

$$\Rightarrow \quad k_1 + k_2 = 400m = 400 \text{ (N/m)}$$

$$k_1 + k_2 = 400 \text{ N/m}$$

Do $\quad k_1 = 3\,k_2$

$$\Rightarrow \quad k_2 = 100 \text{ N/m}$$

và $\quad k_1 = 300$ N/m.

LỜI GIẢI ĐỀ 18

1 – Tìm T và k

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng và bảo toàn cơ năng, ta có

$$m_0v_0 = m_0v' + MV$$

$$\frac{m_0v_0^2}{2} = \frac{m_0v'^2}{2} + \frac{MV^2}{2}$$

trong đó v' là vận tốc sau va chạm của vật m_0, V là vận tốc của vật M.

Suy ra

$$\left.\begin{aligned} v_0 - v' &= \frac{MV}{m_0} \\ v_0 + v' &= V \end{aligned}\right\} \Rightarrow V = \frac{2m_0v_0}{m_0 + M} \qquad (3)$$

Thay số $V = \dfrac{2.0,1.1}{0,5} = 0,4\ (m/s) = 40\ cm/s.$

Vận tốc V này cũng là vận tốc cực đại của vật dao động điều hoà, nên ta có: $\omega = \dfrac{V}{A}$, với $A = \dfrac{l_{max} - l_{min}}{2} = 4$ cm.

$$\omega = \frac{40}{4} = 10\ rad/s;$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{5}\ (s);$$

và $$k = M\,\omega^2 = 40\ (N/m).$$

2 – Viết phương trình dao động

Tương tự như trên, vận tốc của hệ M + m sau va chạm là:

$$V = \frac{2m_0v_0}{m_0 + (M+m)} = \frac{2.0,1.1}{0,6} = \frac{1}{3}(m)$$

$$= \frac{100}{3}\ (cm).$$

Tần số góc $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{M+m}} = \sqrt{\dfrac{40}{0,5}} = 4\sqrt{5} = 8,94\ (rad/s.)$

Biên độ $A = \dfrac{V}{\omega} = \dfrac{100/3}{4\sqrt{5}} = 3,73\ (cm),$

Phương trình dao động của hệ M + m là:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi),$$

với $A = 3,73$ cm, $\omega = 8,94$ rad/s

Xác định φ: tại $t = 0$, $x_0 = A\sin\varphi = 0$;

$V_{t=0} = A\omega\cos\varphi = V$

(chiều dương hướng theo $\vec{v_0}$)

Suy ra $\varphi = 0$.

Do đó: $x = 3{,}73 \sin(8{,}94t)$ (cm).

3– v_0 phải thỏa mãn điều kiện gì ?

Để vật m không bị trượt trên M thì lực ma sát phải lớn hơn hoặc bằng lực quán tính cực đại:

$$f_{ms} \geq (f_{qt})_{max}$$

$$f_{ms} = \mu mg,$$

với μ là hệ số ma sát

$$f_{qt} = -m\omega^2 x = -m\omega^2 A\sin(\omega t + \varphi).$$

Suy ra $\mu mg \geq m\omega^2 A$

$$\Rightarrow \quad A \leq \frac{\mu g}{\omega^2}$$

Mặt khác $A = \dfrac{V_{max}}{\omega} = \dfrac{2m_0 v_0}{(m_0 + M + m)\omega}$

$$\Rightarrow v_0 \leq \frac{\mu g[m_0 + (M+m)]}{2m_0\omega} = \frac{0{,}4.10.0{,}6}{2.0{,}1.8{,}94} = 1{,}34 \text{ m/s}$$

Vậy v_0 phải thỏa mãn điều kiện $v_0 \leq 1{,}34$ m/s.

LỜI GIẢI ĐỀ 19

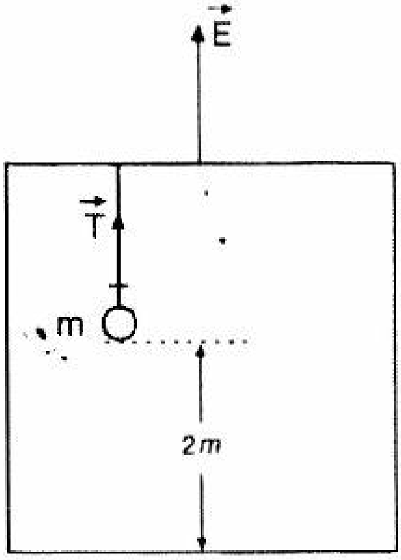
1– Tính lực kéo F và lực căng của dây treo vật.

Chọn chiều dương hướng lên trên theo định luật Niutơn 2 đối với hệ thang máy + vật:

$$(M + m)a = \sum_i F_i = F - P$$

$$= F - (M+m)g$$

Suy ra:



$$F = (M + m)(g + a)$$
$$= (200 + 10)(10 + 1) = 2310\ (N).$$

Áp dụng định luật Niutơn 2 đối với vật m:

$$T - mg = ma$$
$$\Rightarrow \quad T = m(g + a) = 110\ (N).$$

2 – Tính gia tốc của buồng thang máy ngay sau khi dây treo vật bị đứt.

Khi dây đứt, ta có:

$$F - Mg = Ma'$$

Suy ra: $a' = \dfrac{F}{M} - g = 1,55\ (m/s^2)$.

3 – Tính thời gian để vật rơi xuống sàn.

Khi dây đứt vật rơi xuống sàn, so với sàn thì vật có gia tốc $a_m = g + a' = 11,55\ m/s^2$

Từ $h = \dfrac{1}{2}a_m t^2$

Suy ra $t = \sqrt{\dfrac{2h}{a_m}} = \sqrt{\dfrac{2.2}{11,55}} \approx 0,59\ (s)$.

LỜI GIẢI ĐỀ 20

a) Theo đề bài: $x = 4\sin\dfrac{\pi}{2}t$ (cm), ta có

$$\omega = \frac{\pi}{2}\ (rad/s)$$

Suy ra: $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4\ (s)$

$$\lambda = v\,T = 40\,.\,4 = 160\ (cm/s) = 1{,}6\ m/s$$

b) Do năng lượng sóng cơ bảo toàn khi truyền đi và chỉ truyền theo phương y, nên biên độ của nó không đổi, tức A = 4 (cm) tại mọi điểm trên phương truyền sóng. Mặt khác, ta biết rằng dao động tại M chính là dao động tại O truyền tới, do đó phương trình dao động tại M ở thời điểm t giống hệt dao động tại O ở thời điểm $t - \tau$ với $\tau = \frac{d}{v}$ là thời gian để dao động truyền được từ O đến M:

$$x_M = 4\sin\left[\frac{\pi}{2}(t - \tau)\right] = 4\sin\left[\frac{\pi}{2}t - \frac{2\pi}{T}\cdot\frac{d}{v}\right]$$

Vậy $$x_M = 4\sin\left[\frac{\pi}{2}t - \frac{2\pi d}{\lambda}\right]$$

Để dao động tại M cùng pha với dao động tại O, ta có:

$$\frac{2\pi d}{\lambda} = 2k\pi$$

$$\Rightarrow \quad d = k\lambda \text{ với } k = 0, \pm 1, \ldots$$

c) Theo đề bài:

$$x_M = 4\sin\left[\frac{\pi}{2}t - \frac{2\pi d}{\lambda}\right] = 3$$

Tại thời điểm (t+6) (s) li độ dao động tại M là:

$$x_M = 4\sin\left[\frac{\pi}{2}(t+6) - \frac{2\pi d}{\lambda}\right]$$

$$= 4\sin\left[\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{2\pi d}{\lambda}\right) + 3\pi\right]$$

$$= -4\sin\left[\frac{\pi}{2}t - \frac{2\pi d}{\lambda}\right] = -3\ (cm).$$

LỜI GIẢI ĐỀ 21

1– Phương trình dao động có dạng:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi)$$

với $$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0,1}} = 10\sqrt{10} \approx 10\pi \text{ (rad/s)}.$$

Độ giãn của lò xo tại vị trí cân bằng là:

$$\Delta l = \frac{mg}{k} = \frac{0,1.10}{100} = 0,01 \text{ (m)} = 1 \text{ cm}.$$

Giả sử chọn t = 0 lúc thả vật và chiều dương của trục x hướng xuống dưới, ta có:

$$x = x_0 = -\Delta l = -1 \text{ (cm)}$$

và $$v = v_0 = 0.$$

Khi đó, ta có:

$$A\sin\varphi = -1 \text{ và } A\omega\cos\varphi = 0$$

Từ phương trình thứ hai, suy ra

$$\cos\varphi = 0$$

$$\Rightarrow \quad \varphi = \pm\frac{\pi}{2}.$$

Theo phương trình thứ nhất $\sin\varphi < 0$, suy ra $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ và $A = 1$ cm. Khi đó phương trình dao động có dạng sau:

$$x = 1\sin(10\pi t - \frac{\pi}{2}) \text{ (cm)}.$$

Nếu bây giờ ta thay gốc thời gian (t = 0) là lúc động năng bằng thế năng thì chỉ có φ thay đổi, tức phương trình có dạng

$$x = 1\sin(10\pi t + \varphi') \text{ (cm)}.$$

Tại thời điểm $E_t = E_d$, do cơ năng con lắc bảo toàn, nên

$$E_t = \frac{1}{2}E$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}kA^2$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{A}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}\text{. (cm).}$$

Vậy, tại t = 0, ta có

$$\sin\varphi' = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \quad \varphi' = \frac{\pi}{4} \quad \text{hoặc} \quad \frac{3\pi}{4}$$

Theo đề bài khi ấy $v > 0$

$$\Rightarrow \quad \cos\varphi' > 0$$

Vậy $\varphi' = \frac{\pi}{4}$

Do đó, phương trình dao động là:

$$x = 1 \sin\left(10\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ (cm).}$$

2– Gọi α_m là biên độ góc của con lắc đơn, ta thấy $\sin\alpha_m = \frac{A}{l} = 10^{-2}$, đây là một số nhỏ, tức α_m nhỏ. Do đó có thể xem dao động của con lắc đơn này là dao động điều hòa với tần số góc:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} = \sqrt{\frac{\pi^2}{1}} = \pi \text{ (rad/s).}$$

Vậy phương trình dao động của con lắc đơn này là:

$$s = 1 \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm).}$$

a) + Biểu thức của vận tốc:

$$v = s' = \pi \cos(\pi t + \frac{\pi}{2}) \text{ (cm/s)}.$$

+ Biểu thức của thế năng:

$$E_t = mgh = mg(l - l\cos\alpha) = mg(1 - \cos\alpha)$$

$$= 2mgl \sin^2\frac{\alpha}{2}$$

Như trên, đây là dao động biên độ nhỏ, suy ra:

$$\sin^2\frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha^2}{2} \text{ và } l\alpha = s.$$

Do đó $E_t = \frac{1}{2}mgl\alpha^2 = \frac{1}{2}\frac{mg}{l}s^2$

$$= \frac{1}{2}.0,1.\frac{10}{1}.\sin^2(\pi t + \frac{\pi}{2})$$

$$= 0,5\sin^2(\pi t + \frac{\pi}{2}) \text{ (J)}$$

b) Vẽ đồ thị thế năng (Bạn đọc tự vẽ).

Chú ý rằng chu kỳ dao động:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi} = 2 \text{ (s)}.$$

LỜI GIẢI ĐỀ 22

1 – Tính vận tốc v_0 khi bắn ngang tại A

Chọn hệ trục tọa độ xOy như hình vẽ. Viên đạn tham gia đồng thời hai chuyển động:

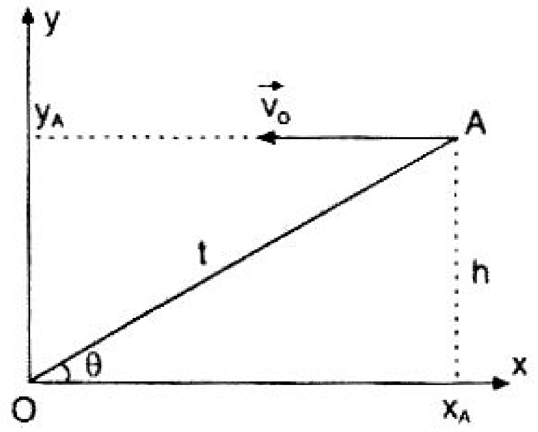
– Chuyển động ngang trên trục Ox là đều, phương trình là:

$$x = x_A - v_0t\ ,$$

với $$x_A = l\cos\theta = 30\frac{\sqrt{3}}{2} = 26\ (\text{m}).$$

$$x = 26 - v_0t$$

– Chuyển động theo phương thẳng đứng Oy là rơi tự do, phương trình là:



$$y = y_A - \frac{1}{2}gt^2$$

với $$y_A = l\sin\theta = l\ .\ \frac{1}{2}$$

$$= 15\ (\text{m});$$

$$y = 15 - 4{,}9\ t^2 \qquad (2)$$

Khi tới điểm O, viên đạn có tọa độ $x = 0$; $y = 0$.

Từ (1) suy ra

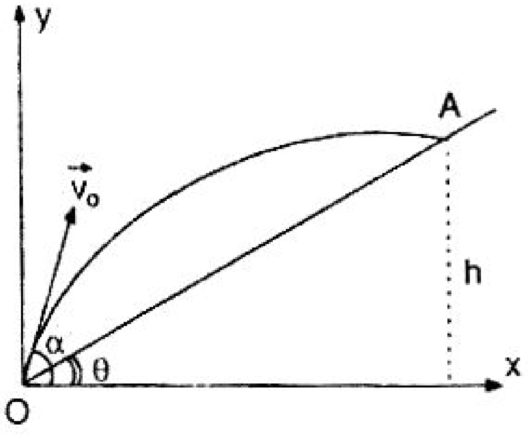
$$t_0 = \frac{26}{v_0};$$

Từ (2) suy ra

$$t_0 = 1{,}75\ \text{s}$$

Vậy $$v_0 = \frac{26}{t_0} = \frac{26}{1{,}75} = 14{,}86\ \text{m/s}$$

2. Tính vận tốc v_0 khi bắn xiên từ O



Viên đạn đồng thời tham gia hai chuyển động

– Chuyển động ngang (Ox) là đều, với vận tốc ban đầu

$$v_{0x} = v_0\cos\alpha = v_0\cos 60^\circ$$

$$= 0{,}5\ v_0$$

Phương trình chuyển động là:

$$x = 0,5\ v_0t \qquad (3)$$

– Chuyển động theo phương thẳng đứng (Oy) là

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad (4)$$

Với $v_{0y} = v_0\sin\alpha = v_0\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0 = 0,87\ v_0$

Tại điểm A có tọa độ $x_A = l\cos\theta = 26$ (m);

$y_A = l\sin\theta = 15$ (m)

Vậy từ (3) và (4) suy ra:

$$26 = 0,5\ v_0t_0$$

$$\Rightarrow \quad t_0 = \frac{52}{v_0} \qquad (5)$$

$$15 = 0,87\ v_0t_0 - 4,9\ t_0^2$$

Thay t_0 từ (5) vào ta có:

$$15 = 0,87\ v_0 \cdot \frac{52}{v_0} - 4,9\left(\frac{52}{v_0}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad 30,24 = 4,9\left(\frac{52}{v_0}\right)^2;$$

$$v_0 = 20,96\ \text{m/s}$$

LỜI GIẢI ĐỀ 23

1 – Chu kì dao động:

$$T = \frac{2}{10} = 0,2\ \text{(s)}$$

$$\Rightarrow \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 10\pi \text{ (rad/s)}$$

Mặt khác, ta có:

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

$$\Rightarrow \quad k = m\omega^2 = 0,1 \,.\, 100\pi^2 \approx 100 \text{ (N/m)}$$

Tại vị trí cân bằng giả sử lò xo giãn một đoạn Δl. Theo điều kiện cân bằng, ta có:

$$k.\Delta l = mg$$

$$\Rightarrow \quad \Delta l = \frac{mg}{k} = \frac{0{,}1.10}{100} = 0{,}01 \text{ (m)} = 1 \text{ (cm)}$$

Biên độ dao động của con lắc bằng:

$$A = \frac{l_2 - l_1}{2} = \frac{22 - 20}{2} = 1 \text{(cm)}$$

Chiều dài con lắc ở vị trí cân bằng là:

$$l = l_2 - A = 22 - 1 = 21 \text{ (cm)}$$

Suy ra $\quad l_0 = l - \Delta l = 21 - 1 = 20 \text{ (cm)}$

2– Phương trình dao động của vật có dạng:

$$x = l\sin(10\pi t + \varphi) \text{ (cm)}$$

Tại t = 0, vật ở vị trí cao nhất, tức con lắc có li độ:

$$x_0 = -A = -1 \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow \quad \sin\varphi = -1$$

$$\Rightarrow \quad \varphi = -\frac{\pi}{2} \text{ (rad)}$$

Vậy phương trình dao động là:

$$x = 1\sin\left(10\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)}$$

Tại vị trí cân bằng $x = 0$

$$\Rightarrow \quad \sin(10\pi t - \frac{\pi}{2}) = 0,$$

tức là $$\cos(10\pi t - \frac{\pi}{2}) = \pm 1.$$

Vì $$v = x' = A\omega \cos(10\pi t - \frac{\pi}{2})$$

$$\Rightarrow \quad v = \pm A\omega.$$

Vì A và ω không phụ thuộc vào việc chọn gốc tọa độ và thời gian, nên v tại vị trí cân bằng cũng không phụ thuộc vào việc chọn gốc tọa độ và thời gian.

3– Khi điểm treo O chuyển động thẳng đứng lên trên với gia tốc a, gia tốc trọng trường hiệu dụng bây giờ là:

$$g' = g + a = 15 \text{ (m/s)}$$

Vì A và T không phụ thuộc g, nên biên độ và chu kì không thay đổi, độ giãn của lò xo ở vị trí cân bằng bây giờ là:

$$\Delta l' = \frac{mg'}{k} = \frac{0{,}1.15}{100} = 0{,}015 \text{ (m)} = 1{,}5 \text{ cm}$$

Chiều dài con lắc ở vị trí cân bằng mới:

$$l = l_0 + \Delta l' = 20 + 1{,}5 = 21{,}5 \text{ (cm)}$$

Chiều dài cực đại:

$$l'_2 = l + A = 21{,}5 + 1 = 22{,}5 \text{ (cm)}$$

Chiều dài cực tiểu:

$$l'_1 = l - A = 21{,}5 - 1 = 20{,}5 \text{ (cm)}$$

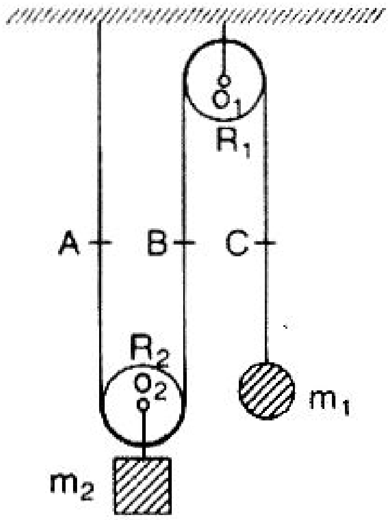
Tức là chiều dài cực đại và chiều dài cực tiểu của con lắc trong quá trình dao động đều tăng 0,5 cm.

Lực tác dụng của lò xo là điểm O chính là lực đàn hồi của lò xo.

$$F_0 = k(\Delta l' + x)$$

$$\Rightarrow \quad F_{0max} = k(\Delta l' + A) = 100(1,5 + 1).10^{-2}$$
$$= 2,5\ (N)$$
$$F_{0min} = k(\Delta l' - A) = 100(1,5 - 1).10^{-2}$$
$$= 0,5\ (N).$$

LỜI GIẢI ĐỀ 24



1– Khi hệ cân bằng, với ròng rọc động R_2, thì lực căng dây ở A, B là:

$$T_A = T_B = \frac{P_2}{2} = \frac{1}{2}m_2 g$$

Với ròng rọc cố định R_1, thì lực căng ở B và C là:

$$T_B = T_C = m_1 g$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$m_1 = \frac{1}{2}m_2 = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ kg}.$$

2- a) Đặt Δm vào m_1 thì m_1 sẽ bắt đầu đi xuống dưới vậy $\bar{a}_1$ hướng xuống dưới.

Tính a_1

Giả sử m_1 dịch chuyển 1 đoạn h_1.

Cơ năng của hệ lúc đầu E_0 (hệ đứng yên) coi bằng 0. Tính cơ năng của hệ ở cuối đoạn đường h_1.

Động năng của m_1:

$$E_{d1} = \frac{1}{2}(m_1 + \Delta m)\ v_1^2$$

Thế năng của m_1:

$$E_{t1} = -(m_1 + \Delta m)g\ h_1 < 0$$

($E_{t1} < 0$ vì vật đi xuống, thế năng giảm).

Động năng của m_2:

$$E_{d2} = \frac{1}{2}m_2v_2^2$$

Thế năng của m_2:

$$E_{t2} = m_2gh_2 \text{ (} m_2 \text{ đi lên)}$$

Chú ý rằng $h_1 = 2h_2$ và suy ra $v_1 = 2v_2$ (1)

Chuyển động của m_1 là nhanh dần đều nên $v_1^2 = 2a_1h_1$ (a_1 là gia tốc của m_1)

Vậy cơ năng của hệ ở cuối đoạn đường h_1 là:

$$E_c = E_{d_1} + E_{t_1} + E_{d_2} + E_{t_2} = E_0 = 0$$

$$\frac{1}{2}(m_1 + \Delta m)v_1^2 - (m_1 + \Delta m)gh_1 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 m_2gh_2 = 0 \quad (3)$$

Thay (1) và (2) vào (3), ta có:

$$\frac{1}{2}(1,5 + 0,5).2a_1h_1 - (1,5 + 0,5)g.h_1 + \frac{1}{2}.3.\frac{a_1h_1}{2} + 3.g.\frac{h_1}{2} = 0$$

Rút ra $a_1 = \dfrac{g}{5,5} = 1,82 \text{ (m/s}^2\text{)}$.

b) Δm đặt vào m_2: m_2 sẽ bắt đầu đi xuống dưới, m_1 đi lên, vậy $\vec{a}'_1$ hướng lên trên.

Cũng tính cơ năng của hệ tương tự như trên, và (3) sẽ thành

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + m_1gh_1 + \frac{1}{2}(m_2 + \Delta m)v_2^2 - (m_2 + \Delta m)gh_2 = 0 \quad (4)$$

Biến đổi (4) và rút ra:

$$a'_1 = \frac{g}{9,5} = 1,05 \text{ (m/s}^2\text{)}.$$

LỜI GIẢI ĐỀ 25

1 – Tính A, φ, ω và độ cứng k

Biết $x = A\cos(\omega t + \varphi)$

nên $v = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)$

$a = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x$

tại t = 0: $v_0 = -A\omega\sin\varphi = 0{,}25\ (\text{m/s})$ (1)

$a = -A\omega^2\cos\varphi = -6{,}25\sqrt{3}\ (\text{m/s}^2)$ (2)

$E = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = 0{,}125\ (\text{J})$ (3)

Từ (3), suy ra

$$A\omega = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{0{,}25}{1}} = 0{,}5\ (\text{m/s})$$

Thay vào (1), ta có:

$$\sin\varphi = \frac{-0{,}25}{0{,}5} = -1/2$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{6} \quad \text{hoặc} \quad \varphi = -\frac{5\pi}{6}$$

Từ (2) thấy $\cos\varphi > 0$ nên $\varphi = -\frac{\pi}{6}$

Cũng từ (2):

$$\omega.\ A\omega\cos\varphi = 6{,}25\sqrt{3}.$$

$$\Rightarrow \quad \omega = \frac{6{,}25\sqrt{3}}{0{,}5.\frac{\sqrt{3}}{2}} = 25\ (\text{rad/s})$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{25}\ (\text{s})$$

Từ (1) suy ra:

$$A = +\frac{0.25}{25.1/2} = 0,02\ (m) = 2\ cm$$

$$k = m\omega^2 = 625\ N/m.$$

Phương trình dao động là:

$$x = 2\cos\left(25t - \frac{\pi}{6}\right)\ (cm)$$

2 – Tính động năng, thế năng tại $t = 7,25\ T$

Tại t = 7,25 T ta có:

$$x = 2\cos\left(\frac{2\pi}{T}.7,25T - \pi/6\right) = 2\cos\frac{\pi}{3}$$

$$= 1\ (cm).$$

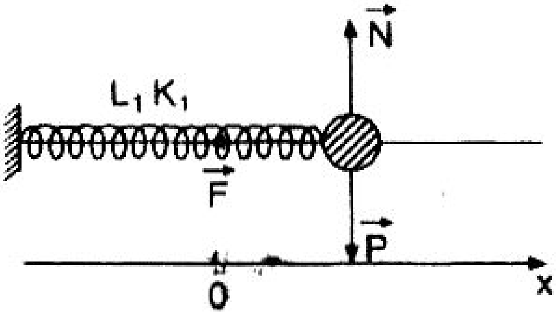
Khi đó thế năng:

$$E_t = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}.625.10^{-4}$$

$$= 3,125.10^{-2}\ (J) = 0,03125\ (J)$$

và động năng $E_đ = E - E_t = 0,09375\ (J)$

LỜI GIẢI ĐỀ 26



a) Ở vị trí quả cầu có li độ x bất kỳ so với vị trí cân bằng, lực tác dụng lên quả cầu là $\vec{P}, \vec{N}, \vec{F}$. Ta có:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F} = m\vec{a}\ (\vec{P} + \vec{N} = 0)$$

$$\Rightarrow -kx = ma = mx''$$

$$\Leftrightarrow \quad x'' + \frac{k}{m}x = 0$$

đặt $\frac{k}{m} = \omega^2$

$$\Leftrightarrow \quad x'' + \omega^2 x = 0 \qquad (1)$$

(1) là phương trình vi phân bậc 2 có nghiệm:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi)$$

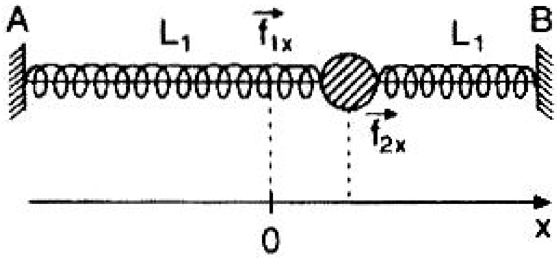
Vậy quả cầu dao động điều hòa với chu kỳ:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,25}{25}} = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5}$$

$$\approx 0,63\ (s).$$

b) Ta luôn có

$$\vec{P} + \vec{N} = 0$$



– Ở vị trí cân bằng của quả cầu:

$$\vec{f}_{10} + \vec{f}_{20} = 0$$

$$\Rightarrow \quad k_1\Delta l_1 = k_2\Delta l_2$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} = \frac{k_2}{k_1} = \frac{75}{25} = 3$$

$$\Rightarrow \quad \Delta l_1 = 3\Delta l_2$$

Mặt khác $\Delta l_1 + \Delta l_2 = 4$ (cm)

$$\Rightarrow \quad \Delta l_1 = 3 \text{ cm} \quad \text{và} \quad \Delta l_2 = 1 \text{ cm}$$

– Ở vị trí có li độ x bất kì so với vị trí cân bằng, lực tổng hợp tác dụng lên quả cầu là:

$$\vec{F} = \vec{f}_{10} + \vec{f}_{20}$$

Hay $F = -k_1(\Delta l_1 + x) + k_2(\Delta l_2 - x) = -(k_1 + k_2)x$

Theo định luật II Niutơn, ta có:

$$F = -(k_1 + k_2)x = ma = mx''$$

$$\Rightarrow \quad x'' + \frac{k_1 + k_2}{m}x = 0$$

Đặt $\frac{k_1 + k_2}{m} = \omega_0^2$

$$\Rightarrow \quad x'' + \omega_0^2 x = 0$$

(2) có nghiệm

$$x = A\sin(\omega_0 t + \varphi)$$

Vậy hệ dao động điều hòa với chu kì $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$

+ Phương trình dao động của quả cầu:

$$x = A\sin(\omega_0 t + \varphi);\ \omega_0 = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}} = 20 \text{ rad/s}$$

$$\Rightarrow \quad v = x' = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

Khi t = 0; x = 1 cm và v = 0 (theo giả thiết)

$$\Rightarrow \quad 1 = A\sin\varphi \quad \text{và} \quad 0 = A\omega_0 \cos\varphi$$

$$\Rightarrow \quad \cos\varphi = 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi = \pm\frac{\pi}{2}$$

Thay φ vào (3) ta có: $\varphi = \frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow \quad A = 1\ (\text{cm})$$

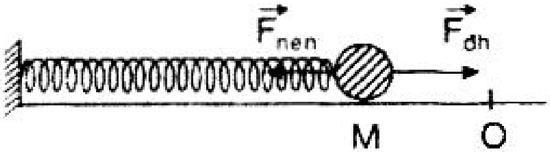
$$\varphi = -\frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \quad A = -1\ (\text{cm})\ \ (\text{loại})$$

Vậy phương trình dao động của quả cầu là:

$$x = \sin\left(20t + \frac{\pi}{2}\right)(\text{cm}).$$

LỜI GIẢI ĐỀ 27



a) Tại vị trí cân bằng C tổng đại số các lực tác dụng lên vật bằng 0

$$\vec{F}_{dh} + \vec{F}_{nén} = 0$$

$$\Rightarrow \quad -kx_0 + (-F) = 0$$

Suy ra $\quad x_0 = -\dfrac{F}{k}$

$$\Rightarrow \quad |x_0| = \frac{1}{100} = 0{,}01\ (m) = 1\ cm$$

b) O là vị trí của m ứng với lò xo không biến dạng. Tại vị trí có li độ x so với O ta có:

$$F_{dh} = -kx = ma$$

$$mx'' = -kx$$

$$\Rightarrow \quad x'' + \omega^2 x = 0\ (\omega^2 = k/m$$

$$\Rightarrow \quad \omega = 10\ (rad/s)).$$

Nghiệm của phương trình trên là:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi)$$

và $\quad v = x' = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$

Cho t = 0 và chiều dương trục 0x hướng sang phải thì:

$$A\sin\varphi = -|x_0| < 0$$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$\varphi = -\frac{\pi}{2} \text{ và } A = -x_0 = \frac{F}{k} = 0{,}01\ (m) = 1\ cm$$

Vậy: $\quad x = 0{,}01\sin\left(10t - \dfrac{\pi}{2}\right)(m) = \sin\left(10t - \dfrac{\pi}{2}\right)(cm).$

c) Nếu khối lượng của lò xo không đáng kể thì lực căng (hoặc lực nén) tại mọi điểm của lò xo đều như nhau, nên lực $\vec{F}_A$ tác dụng lên vật cố định A và lực $\vec{F}_m$ lên vật m có độ lớn bằng nhau nhưng ngược chiều nhau.

$$F_A = -F_m = kx = k\frac{F}{k}\sin\left(10t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad F_A = F\sin\left(10t - \frac{\pi}{2}\right)$$

d) F_A là lực kéo khi $F_A > 0$

$$\Rightarrow \quad F_A \text{ cực đại khi } \sin\left(10t - \frac{\pi}{2}\right) = 1$$

$\Rightarrow \quad x = |x_0| = 0{,}01$ (m0 = 1 cm.

e) Nếu lực kéo F_A cực đại (=F) chưa vượt quá F_0 thì lò xo chưa bị tuột khỏi A

Vậy: $\quad F \leq F_0 = 2N$.

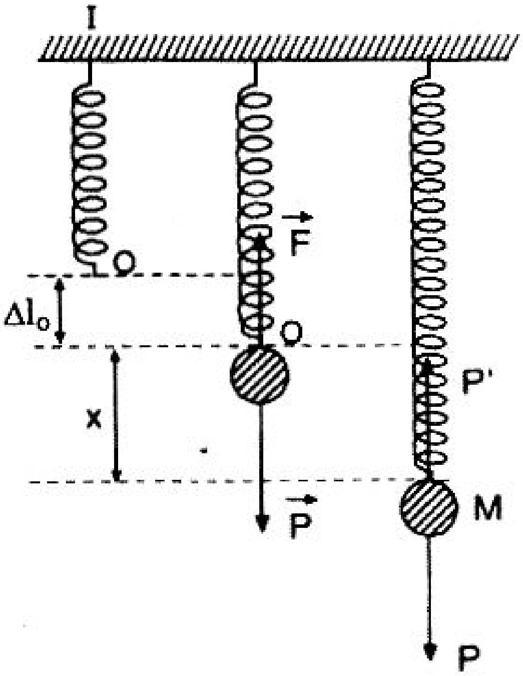
LỜI GIẢI ĐỀ 28

1. Chứng minh vật dao động điều hòa.

Gọi l_0 là độ dài tự nhiên IO_0 (hình vẽ) của lò xo. Khi treo vật nặng có trọng lượng $\vec{P} = m\vec{g}$ thì lúc vật cân bằng, lò xo bị giãn một đoạn Δl_0. Lực đàn hồi $\vec{F}_0 = -\vec{\Delta l}_0$ trực đối với $\vec{P}$.

$$\vec{P} + \vec{F}_0 = 0$$

Tại vị trí vật có li độ x so với vị trí cân bằng độ giãn của lò xo là: $\Delta l_0 + x$ và lực đàn hồi là



$$\vec{F} = -k(\Delta l_0 + x).$$

Gọi $\bar{a}$ là gia tốc của vật. Theo định luật II Niutơn ta có:

$$m\bar{a} = \vec{F} + \vec{P}$$

Chọn chiều dương hướng xuống, chiếu (1) lên phương thẳng đứng, ta có:

$$ma = -k(\Delta l_0 + x) + mg$$

$$\Leftrightarrow ma = -k\Delta l_0 - kx + mg.$$

Vì $mg - k\Delta l_0 = 0$

nên $ma = mx'' = -kx$

hay: $$x'' + \frac{k}{m}x = 0$$

k, m đều là số dương nên có thể đặt

$$\frac{k}{m} = \omega^2$$

Phương trình chuyển động của vật M thành:

$$x'' + \omega^2 x = 0$$

Đây chính là phương trình vi phân bậc 2 có nghiệm:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi)$$

với A, φ phụ thuộc điều kiện đầu.

Vậy vật dao động điều hòa với tần số góc:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0,4}} = 5\sqrt{10}\ (\text{rad/s})$$

hay với chu kỳ:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5\sqrt{10}} = \frac{\pi\sqrt{10}}{25}\ (\text{s})$$

$$T = \frac{10}{25} = 0{,}4 \text{ (s)}.$$

2 – Phương trình dao động

Lúc t = 0 thì x = +1 (cm)

Vậy $1 = A\sin\varphi$

Ban đầu vật được truyền năng lượng:

$$E_0 = \frac{1}{2}k\,x_0^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

Theo định luật bảo toàn năng lượng trong dao động điều hòa, ta có:

$$E_0 = \frac{1}{2}kA^2$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}k\,x_0^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow \quad A = \sqrt{x_0^2 + \frac{mv^2}{k}} = \sqrt{x_0^2 + \frac{v^2}{\omega^2}}$$

$$\Rightarrow \quad A = \sqrt{2 + \frac{100\times 5}{25\times 10}} = \sqrt{2+2} \text{ (cm)}$$

$$A = 2 \text{ cm}$$

Từ (2) $\Rightarrow \quad \sin\varphi = \frac{1}{A} = \frac{1}{2}$

Vậy $\varphi = \frac{\pi}{3}$ hoặc $\varphi = \frac{2\pi}{3}$

Lúc t = 0, vật có vận tốc:

$$v_0 = A\omega\cos\varphi$$

Theo giả thiết lúc t = 0 vật đang chuyển động theo chiều dương,vậy $v_0 > 0$. Do đó ta lấy:

$$\varphi = \frac{\pi}{3}$$

Vậy phương trình dao động của vật thành:

$$x = 2\sin\left(5\sqrt{10}t + \frac{\pi}{3}\right)(\text{cm})$$

3 - Chu kì của hệ khi lò xo treo vật:

$$m_1 \Rightarrow \quad T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}} \Rightarrow T_1^2 = 4\pi^2 \times \frac{m_1}{k} \qquad (3)$$

$$m_2 \Rightarrow \quad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k}} \Rightarrow T_2^2 = 4\pi^2 \times \frac{m_2}{k} \qquad (4)$$

m_1 và m_2

$$\Rightarrow \quad T_{12} = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}}$$

$$\Rightarrow \quad T_{12}^2 = 4\pi^2 \times \frac{m_1 + m_2}{k} \qquad (5)$$

Từ (3), (4) và (5) suy ra:

$$T_1^2 + T_2^2 = T_{12}^2$$

$$\Rightarrow \quad T_2 = \sqrt{T_{12}^2 - T_1^2}$$

$$T_2 = \sqrt{0{,}25 - 0{,}16} = \sqrt{0{,}09} = 0{,}3\ (\text{s}).$$

LỜI GIẢI ĐỀ 29

1 - Phân tích lực đặt lên m_1:

a) Khi m_1 ở vị trí cân bằng: $\vec{P_0} + \vec{F_{0d}} = 0$ hoặc $\vec{P_1} + \vec{\tau_0} = 0$

$$\Rightarrow \quad -m_1g + k\Delta l = 0$$

$$\Delta l = \frac{m_1g}{k} = \frac{0{,}4.10}{100} = 0{,}04\ (\text{m}) = 4\ \text{cm}.$$

b) Khi m_1 ở x thì $\vec{P_1} + \vec{F_d} = m_1\vec{a}$ hoặc $\vec{P_1} + \vec{\tau} = m_1\vec{a}$ (hình vẽ)

$$\Rightarrow \quad -m_1g + k(\Delta l - x) = m_1x'' \qquad (2)$$

Thay (1) vào (2), suy ra

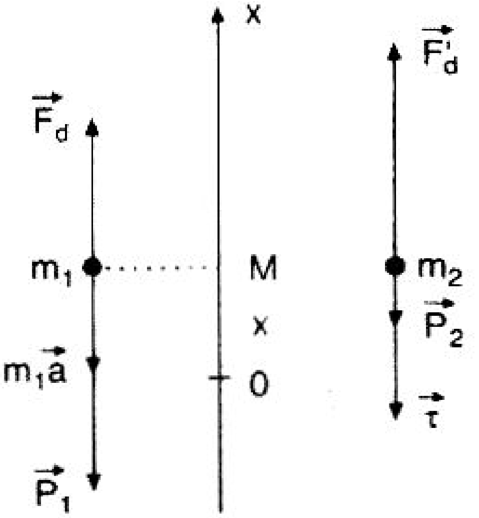
$$x'' + \frac{k}{m_1}x = 0 \qquad (3)$$

Nghiệm của (3):

$$x = A\sin(\omega t + \varphi) \qquad (4)$$

Với $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = \sqrt{\frac{100}{0,4}}$

$= 5\sqrt{10} = 5\pi$ (rad/s):



m_1 dao động điều hòa.

Xác định A và φ:

Tại t = 0 , (2) thành:

$$-m_1g + k(\Delta l - x_0) = F_0 = 5\ (N) \qquad (5)$$

Kết hợp với (1) suy ra

$$x_0 = -\frac{F_0}{k} = -\frac{5}{100} = -0,05m = -5\ (cm)$$

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = |x_0| = 5\ (cm) \qquad (6)$$

Tại t = 0, (4) thành $x_0 = A\sin\varphi$

$$\Rightarrow \quad \sin\varphi = x_0/A = -1 \qquad (7)$$

Suy ra $\quad \varphi = -\frac{\pi}{2}$

Vậy $\quad x = 5\sin(5\pi t - \frac{\pi}{2})$.

2. Phân tích lực đặt lên m_2:

$$\vec{P}_2 + \vec{F'}_d + \vec{\tau} = 0 \tag{9}$$

với τ là lực căng của đoạn dây a (hình vẽ)

$$\Rightarrow \quad m_2g + \tau = k(\Delta l - x) = 0$$

$$\Rightarrow \quad \tau = k\Delta l - m_2g - kx = (m_1 - m_2)g - kx \tag{10}$$

$$= (0{,}4 - 0{,}2) \,.\, 10 - 100 \,.\, 0{,}05 \sin\left(5\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Vậy $\tau(N) = 2 - 5\sin\left(5\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ (hệ không dao động điều hòa được)

3– ***Để m_2 đứng yên*** thì $\tau \geq 0$. Từ (10), suy ra:

$$\tau = (m_1 - m_2)g - kx \geq 0$$

$$\Rightarrow \quad m_1 - \frac{kx}{g} \geq m_2 \geq 0$$

hay $$0{,}4 - 0{,}5\sin\left(5\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \geq m_2 \geq 0 \text{ (với mọi t)} \tag{12}$$

Ta thấy (12) không thỏa mãn với mọi t: vậy không có giá trị nào của m_2 thỏa mãn yêu cầu của đề bài.

LỜI GIẢI ĐỀ 30

1 – Chứng minh rằng $\frac{k_1}{k_2} = \frac{l_1}{l_2}$. Tính k_1, k_2

* Với chiều dài l_0 khi chịu tác dụng 1 lực thì lò xo dãn một đoạn Δl, vậy 1 đơn vị độ dài lò xo dãn 1 đoạn $\frac{\Delta l}{l_0}$

Vậy cứ một đơn vị dài, lò xo dãn 1 đoạn $\frac{\Delta l}{l_0}$ với chiều dài

l_1 khi chịu tác dụng 1 lực thì lò xo dãn 1 đoạn Δl_1.

$$\Delta l_1 = l_1.\frac{\Delta l}{l_0}$$

* Tương tự: $\Delta l_2 = l_2.\dfrac{\Delta l}{l_0}$

$$\Rightarrow \quad F = k_0\Delta l = k_1.\Delta l_1 = k_2.\Delta l_2$$

$$\Rightarrow \quad \frac{k_1}{k_2} = \frac{\Delta l_2}{\Delta l_1} = \frac{l_2}{l_1}$$

Độ cứng lò xo $k_1 = k_0\dfrac{\Delta l}{\Delta l_1} = k_0\dfrac{l_0}{l_1}$

Mà $\quad l_0 = l_1 + l_2 = 3l_1$

$$\Rightarrow \quad \frac{l_0}{l_1} = 3$$

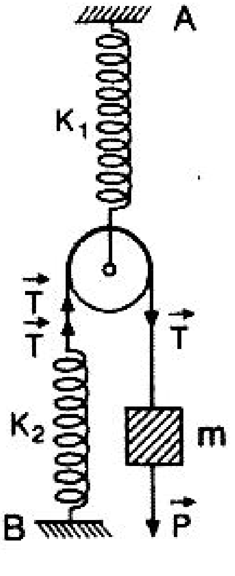
$$k_1 = 3k_0 = 600\ (N/m)$$

Độ cứng lò xo: $k_2 = k_0\dfrac{\Delta l}{\Delta l_2} = k_0\dfrac{l_0}{l_2}\left(\text{với } \dfrac{l_0}{l_2} = \dfrac{3}{2}\right)$

$$\Rightarrow \quad k_2 = \frac{3}{2}k_0 = 300\ (N/m)$$

2. Chứng minh vật m dao động điều hòa:

Vật m lệch khỏi vị trí cân bằng 1 đoạn x thì lò xo k_1 dãn 1 đoạn x_1 và lò xo k_2 dãn 1 đoạn x_2



Ta có:

$$T = k_2x_2$$

$$2T = k_1x_1$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} = \frac{k_2.x_2}{k_1.x_1} = \frac{300x_2}{600x_1} = \frac{x_2}{2x_1}$$

$$\Rightarrow \quad x_2 = x_1$$

Vậy $x = 2x_1 + x_2 = 3x_2 = 3x_1$

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng:

$$E = \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{2}k_1x_1^2 + \frac{1}{2}k_2x_2^2 = \text{const}$$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}k_1\frac{x^2}{9} + \frac{1}{2}k_2\frac{x^2}{9} = \text{const}$$

$$\Rightarrow \quad E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{18}(k_1+k_2)\,x^2$$

$$\Rightarrow \quad mv'v + \frac{1}{9}(k_1+k_2)\,x'x = 0$$

$$\Rightarrow \quad mx''x' + \frac{k_1+k_2}{9}\,xx' = 0$$

$$\Rightarrow \quad x'' = \frac{k_1+k_2}{9m}x$$

Đặt $\omega^2 = \dfrac{k_1+k_2}{9m}$

$$\Rightarrow \quad x'' = -\omega^2 x$$

Vậy hệ dao động điều hòa

** Viết phương trình dao động.*

Phương trình dao động có dạng:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi)$$

$$v = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$$

Lúc t = 0: x = + 2 (cm), v =0

(1) $\Rightarrow \quad +2 = A\sin\varphi$

(2) $\Rightarrow \quad 0 = A\omega\cos\varphi \quad \Rightarrow \quad \cos\varphi = 0 \quad \Rightarrow \varphi = \pm\frac{\pi}{2}\,\text{rad}$

Vì $A\sin\varphi > 0$

$$\Rightarrow \quad \text{chọn } \varphi = \frac{\pi}{2}\,(\text{rad})$$

$$\Rightarrow \quad A = +2\ (cm)$$

$$\Rightarrow \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\left(\frac{Rad}{s}\right)$$

Vậy $$x = 2\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)(cm/s)$$

3. Tính lực tác dụng:

– Cực đại lên điểm A:

Khối lượng vật m:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{9m}{k_1 + k_2}}$$

$$\Rightarrow \quad m = \frac{T^2(k_1 + k_2)}{4\pi^2.9} = 2{,}5\ (kg)$$

Ở vị trí cân bằng, đọ dãn lò xo k_1:

$$2T = 2P = k_1x_{01}$$

$$\Rightarrow \quad x_{01} = \frac{2P}{k_1} = \frac{5}{60}(m)$$

Ở vị trí thấp nhất, độ dãn thêm lò xo k_1 là:

$$x_1 = \frac{a}{3} = \frac{2}{3}\ (cm)$$

Vậy lực tác dụng lớn nhất lên điểm A:

$$(F)_{max} = 2T' = k_1(x_{01} + x_1) = 54(N)$$

– Cực tiểu lên điểm B:

$$(F)_{min} = T' = k_2(x_{02} - x_2) = 300\left(\frac{25}{310} - \frac{2}{300}\right)$$

$$(F)_{min} = 23\ (N).$$

MỤC LỤC

Trang

Lời nói đầu 3

Phần I- Kiến thức và bài tập cơ bản 5

A- Đại cương về dao động điều hòa 5

Bài tập 1 - 5 7

B- Con lắc lò xo 13

Bài tập 6 -11 15

C- Ghép, cắt lò xo 28

Bài tập 12 - 14 30

D- Con lắc đơn, chu kỳ con lắc đơn phụ thuộc vào độ cao và nhiệt độ 39

Bài tập 15 - 17 42

E- Khảo sát dao động nhỏ của con lắc đơn khi có thêm một lực không đổi tác dụng 48

Bài tập 18 - 20 50

G- Vận tốc dài, lực căng dây, năng lượng của con lắc đơn trong quá trình dao động 59

Bài tập 21 - 23 61

H- Chứng minh một cơ hệ dao động điều hòa 69

Bài tập 24 - 27 71

I- Độ lệch pha. Tổng hợp hai dao động điều hòa bằng phương pháp giản đồ vectơ 79

Bài tập 28 - 29 82

K- Đại cương về sóng cơ học 87

Bài tập 30 - 32 89

L- Giao thoa sóng cơ 93

Bài tập 33 - 35 96

M- Sóng dừng 102

Bài tập 36 - 38 103

Phần II- Một số bài tập mở rộng hay và khó (bài 1 - 30) 110

Phần III- Một số đề thi vào Đại học, Cao đẳng trong những năm gần đây (đề 1 - 30) 166